

ESTUDIO PARAMÉTRICO DE CÚPULAS DE BARRAS

GENERACIÓN PARAMÉTRICA, CÁLCULO AUTOMATIZADO Y
COMPARATIVA DEL COMPORTAMIENTO DE CÚPULAS DE HACES
ANTE VARIACIONES GEOMÉTRICAS

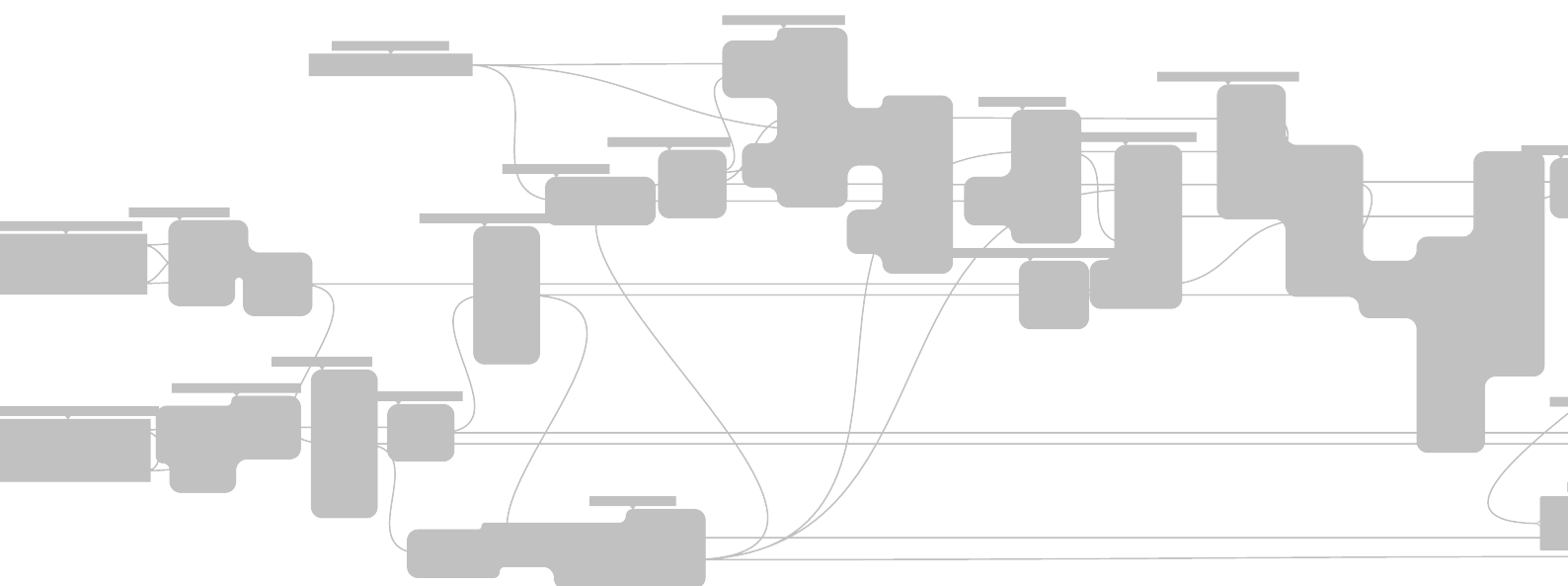
ANTONIO ALFAGEME GARCÍA

D.N.I. 71.036.590-D

Tutor: Juan Bautista Pérez Valcárcel

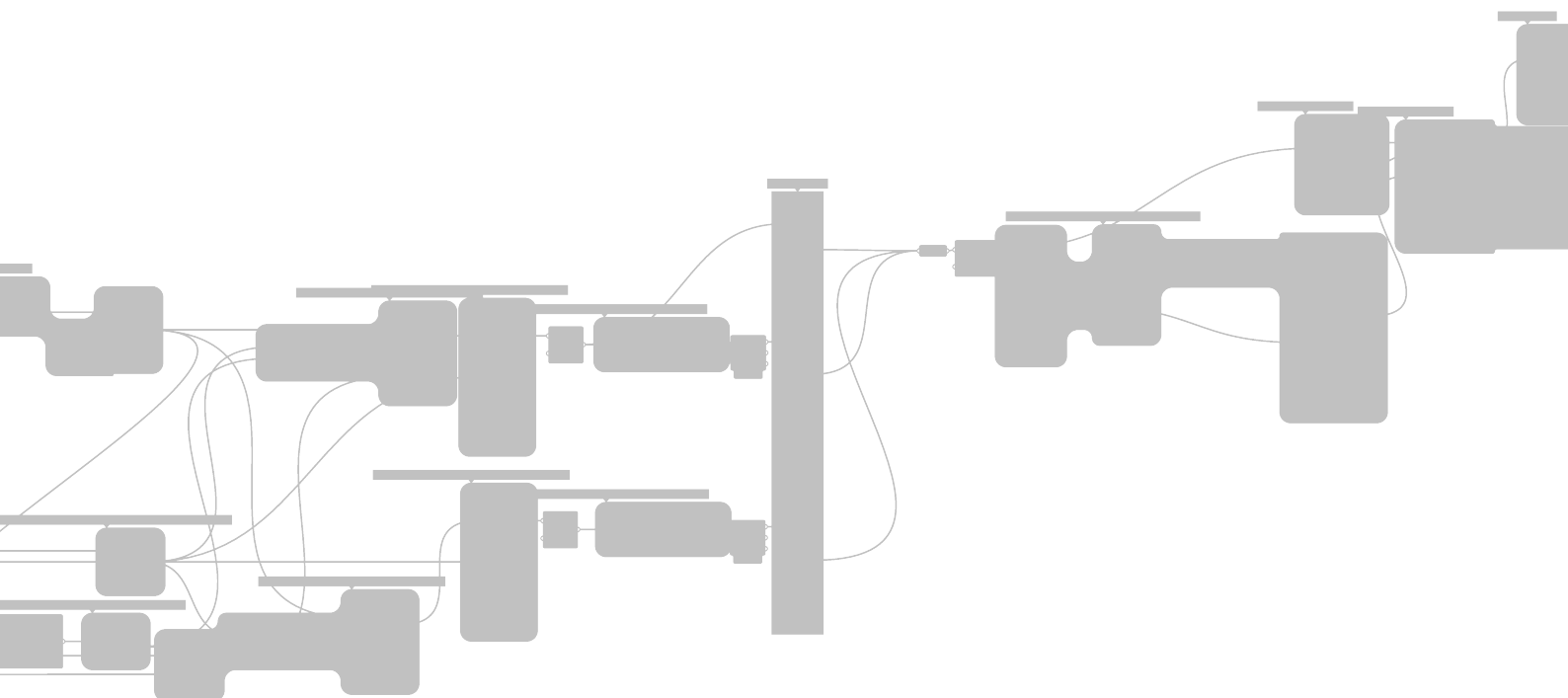
Código de referencia: alu-05

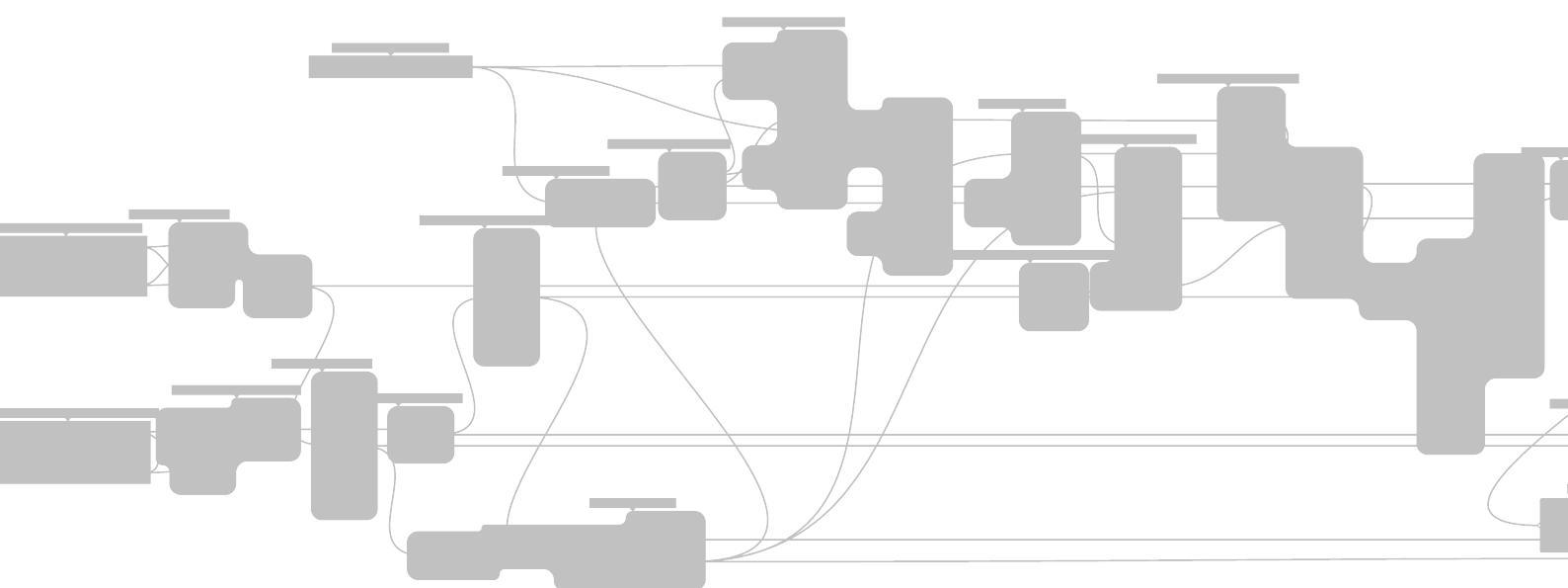
Curso: 2015-2016 | Fecha de entrega: 13/11/2015



0 ÍNDICE

1 RESUMEN	1
2 INTRODUCCIÓN, METODOLOGÍA Y OBJETIVOS	3
2.1 Introducción	3
2.2 Metodología	3
2.3 Objetivos	5
3 ESTUDIO PARAMÉTRICO. CÚPULAS DE HACES	7
3.1 Parametrización	7
3.2 Modelización	18
3.3 Cálculo y optimización	23
3.4 Comparativa	26
4 CONCLUSIONES	29
5 ANEXO: MAPA COMPLETO DE GRASSHOPPER	35
6 BIBLIOGRAFÍA Y DOCUMENTACIÓN	41
6.1 Bibliografía	41
6.2 Recursos web	41
7 RELACIÓN DE IMÁGENES	43





1 RESUMEN

PARAMETRIZACIÓN | ANÁLISIS | CÁLCULO | COMPARACIÓN | CÚPULAS

El estudio supone una doble investigación en el proceso de análisis, cálculo y comparativa de estructuras. Por un lado se analiza la variación de resistencia según ciertas variables geométricas para una misma tipología estructural y por otro cómo sistematizar y automatizar distintos parámetros de un diseño para permitir su generación y cálculo del modo más cómodo posible.

Se generan, modelizan y calculan 27 cúpulas distintas. Las variables de éstas son

3 parámetros: peralte, número de anillos y número de nudos por anillo. Se investiga y compara el peso óptimo de cada una de las cúpulas y cuál es la más adecuada para las mismas condiciones de carga.

El segundo de los propósitos trata de sistematizar las cúpulas para que su dibujo, modelización, reparto de cargas y optimización de secciones se realice de manera automática con aplicaciones informáticas. El interés reside en su posible aplicación para cualquier tipo de estructura.

PARAMETRIZACIÓN | ANÁLISE | CÁLCULO | COMPARACIÓN | CÚPULAS

O estudo supón unha dobre investigación no proceso de análise, cálculo e comparativa de estruturas. Por un lado analízase a variación da resistencia segundo certas variables xeométricas para unha mesma tipoloxía estrutural e por outro como sistematizar e automatizar distintos parámetros dun deseño para permitir a súa xeración e cálculo do modo máis cómodo posible.

Xenéranse, modelízanse e calcúlanse 27 cúpulas distintas. As variables destas son 3 parámetros: peralte, número de aneis e

números de nodos por anel. Investígase e comparase o peso óptimo de cada unha das cúpulas e cal é a máis adecuada para as mesmas condición de carga.

O segundo dos propósitos trata de sistematizar as cúpulas para que o seu debuxo, modelización, reparto de carga e optimización das seccións realícese dunha maneira automática co uso de aplicacións informáticas. O interese reside na posible utilización en calquera tipo de estrutura.

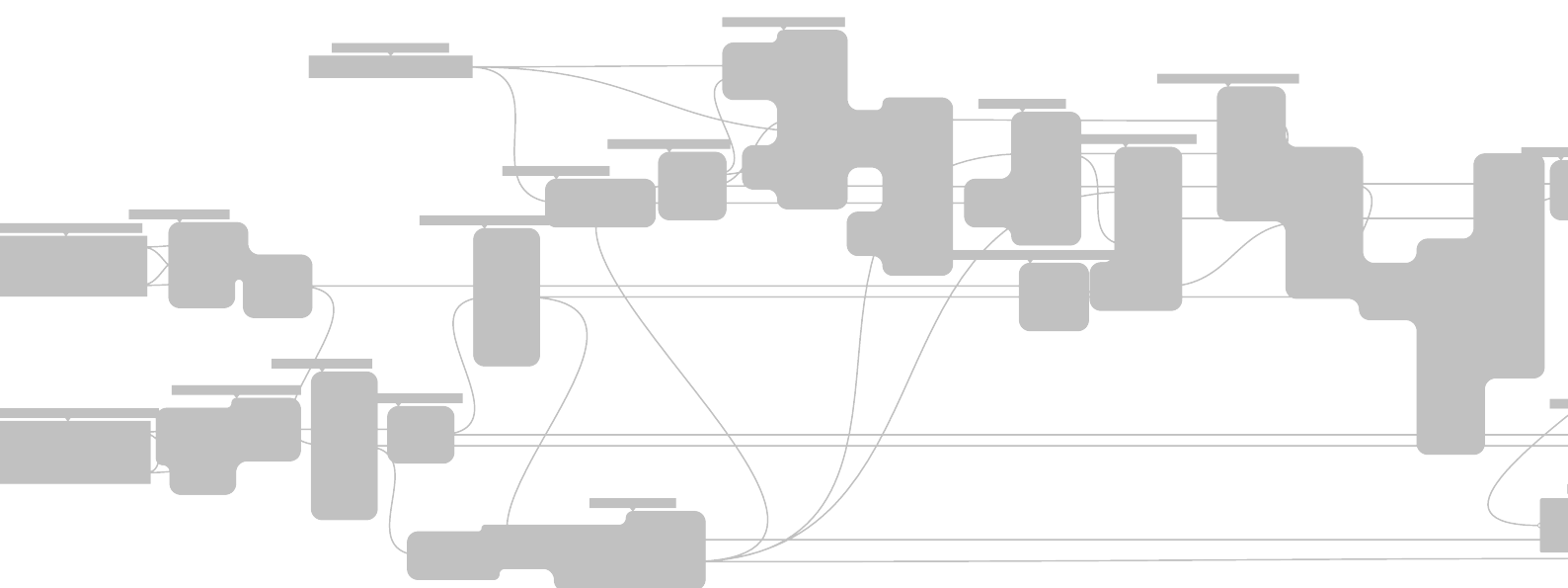
PARAMETERIZATION | ANALYSIS | CALCULATION | COMPARISON | DOMES

This study is an investigation into the process of analyzing, calculating and comparing structures. Resistance variations in a certain structural typology are analysed for determined geometric values. Simultaneously, the study tries to set the steps and automate different design parameters to generate and calculate the structure in the easiest way.

27 different domes have been generated, model-assembled and calculated. 3 different parameters have been considered:

dome height, number of rings and number of nodes per ring. The final stage compares the weight of each dome and tries to determine which one is the most suitable for the same load case.

Another aim of the document is to methodize drawing, modeling, load distribution and beam optimization to be made automatically by computer programs. This comparative process can be applied to any kind of structure.



2 INTRODUCCIÓN, METODOLOGÍA Y OBJETIVOS

2.1 INTRODUCCIÓN

El documento presente supone una pequeña investigación sobre las variaciones en la capacidad portante que experimenta un determinado tipo estructural en base a los distintos valores que puedan adoptar los parámetros en su configuración geométrica.

El trabajo supone también un ejemplo de sistematización de procedimientos para el análisis de cualquier tipo de estructura en función de determinados parámetros; así como la automatización del dibujo, la modelización para programas de cálculo, la estimación y reparto de cargas, la optimización de estructuras por grupos de barras y la obtención de resultados comparables. Es por esto que el tipo de estructura elegida (cúpulas de haces) no es tan relevante en sí como las posibilidades de análisis y conocimiento que ofrece el sistema de generación, cálculo y comparación.

Las cúpulas de haces son estructuras de barras con uniones articuladas, de interés para cubrir grandes luces de forma circulares. Su estructura en malla de una sola capa triangulada la dota de resistencia frente a deformaciones y su forma esférica aporta resistencia en virtud de su geometría. Ya se ha señalado que su interés en este trabajo es el de ejemplificar y cualquier otra estructura podría haber cumplido objetivos similares. No obstante, en las conclusiones del trabajo se recogen los resultados obtenidos para esta tipología y son de relevancia para tener en consideración cuando se acomete el diseño de este tipo de estructura.

Hay que señalar que el carácter del estudio es fundamentalmente experimental y no teórico. Esto supone que las conclusiones expuestas y los consejos aportados para el diseño de este tipo de cúpulas son elaboradas

tras el análisis de un determinado número de ejemplares en los que se observan tendencias de comportamiento. Las consideraciones que se expongan tendrán validez en aquellos casos que se aproximen a las condiciones de examen de las estructuras de este documento.

2.2 METODOLOGÍA

Dibujo paramétrico de la estructura.

Como se pretende indagar en la eficiencia de las distintas configuraciones posibles para un mismo tipo supone una gran ventaja la utilización de aplicaciones que permitan la programación de parámetros en el dibujo. Además de poder recorrer las variables para una misma estructura, el dibujo se realiza por procedimientos geométricos y matemáticos automatizados que aseguran la adecuada representación de los elementos que después serán reconocidos en el modelo del programa de cálculo (se evitan los errores habituales de aproximaciones geométricas o elementos duplicados fáciles de cometer en un programa de CAD convencional, además de ahorrar tiempo en el dibujo tridimensional de configuraciones de cierta complejidad).

Para esta estructura se programaron 4 variables básicas: peralte, radio de la cúpula, número de anillos y número de nudos por anillo. A efectos del estudio se fijó el radio en 25 metros para poder analizar el comportamiento en rangos similares de escala.

Las variables de anillos y nudos se programaron para mostrar todas las valores que pueden tomar de manera simultánea, dibujando así de manera automática varias cúpulas que se distribuyen en una tabla en donde las cúpulas van aumentando su número de anillos según su posición en el eje de abscisas y su número de nudos según el eje

de ordenadas. Las dimensiones de esta tabla son variables y se puede controlar también el valor que toma el inicio y el final.

El parámetro peralte no está programado para dibujar todos sus valores a la vez junto con los otros dos parámetros, sino que se representa de manera individualizada para aligerar los archivos de modelo y de cálculo y facilitar la visualización de las cúpulas.

En este estudio se han estudiado 27 cúpulas de haces diferentes, tomando tres valores para cada uno de los tres parámetros analizados: 5, 6 y 7 anillos; 12, 14 y 16 nudos por anillo y relaciones peralte/radio de 1, 2/3 y 3/3. Con estos valores la cúpula que tiene menos elementos cuenta con 156 barras y 60 nudos: el dato demuestra la ventaja de utilizar programas de dibujo paramétrico en este tipo de trabajos.

En este trabajo se ha utilizado el programa de dibujo tridimensional *Rhinoceros* con el plug-in *Grasshopper*.

Modelización de las estructuras.

Del mismo modo que las tareas de dibujo de los elementos estructurales se programan, se procura en lo posible que el modelo de cálculo se genere automáticamente: conversión de líneas a barras, conversión de intersecciones o puntos a nudos, etc.

De especial interés en este momento es la generación automática de cargas en los nudos. Al ser una malla triangular en la que acometen 6 paños a cada nudo, el área tributaria de éstos es de manera aproximada una tercera parte de cada triángulo en contacto. Esto supone que por cada nudo interior habría que calcular 4 áreas y 4 cargas diferentes (algunos de los triángulos que llegan al nudo son iguales) que de hacerse de manera manual resultaría extremadamente laborioso y acabaría induciendo a errores por su complejidad.

Para la realización de estas tareas de modelización automática se ha utilizado el plug-in *Karamba* para *Grasshopper*. Una vez elaborado el modelo de cálculo en *Karamba* es posible su exportación a programas de cálculo que admitan la introducción de modelos a través de archivos IFC con ayuda de otro plug-in de *Grasshopper*: *GeometryGym Karamba to IFC Export*. Finalmente para que la importación del modelo sea lo más correcta posible tuvo que utilizarse un ejecutable de *GeometryGym, IFC to Robot*, ya que al abrir en *Robot* o en *Cype* el archivo IFC directamente no se reconocían las cargas calculadas con *Karamba*.

Cabe señalar que sería posible el cálculo matricial de la estructura directamente en *Grasshopper* gracias a las funciones que ofrece *Karamba*. Sin embargo, las limitaciones de la aplicación, así como la falta de control sobre los resultados del cálculo hacen su uso desaconsejable para este tipo de estudios.

Cálculo y optimización de cúpulas.

Es posible de nuevo la utilización de aplicaciones informáticas que automaticen esta fase del trabajo, si bien se requiere un mayor número de comprobaciones manuales durante el análisis de los resultados.

Se realiza el cálculo de 3 archivos diferentes (correspondientes a los 3 valores que adopta el parámetro peralte). En cada archivo se calculan de manera simultánea 9 cúpulas diferentes en anillos o en número de nudos.

Se define cada conjunto de barras que componen una cúpula en un grupo cuyo dimensionado será el mismo (aunque se producen grandes desaprovechamientos en las partes menos solicitadas se acepta esta simplificación para reducir la complejidad del estudio).

Para cada cúpula se selecciona el perfil más bajo de la serie que cumple para

todas las barras.

Esta función puede de manera automática por *Robot*. *Cype* cuenta también con la opción de optimización pero no permite la agrupación de barras para su dimensionado, por lo que no se recomienda su uso. Además tampoco cuenta con funciones de importación tan desarrolladas como *Robot* y la introducción de cargas habría de realizarse de manera manual.

Comparación y conclusiones.

Obtención de los pesos de las distintas cúpulas con ayuda de las mediciones proporcionadas por el programa de cálculo una vez optimizadas las cúpulas. Búsqueda de la influencia que los valores dados a los parámetros tienen sobre el comportamiento estructural y qué diseños son los más adecuados. Esta función puede realizarse exportando los resultados a *Excel*.

de qué modo.

·Generar claves que induzcan la elaboración de diseños más lógicos.

2.3 OBJETIVOS

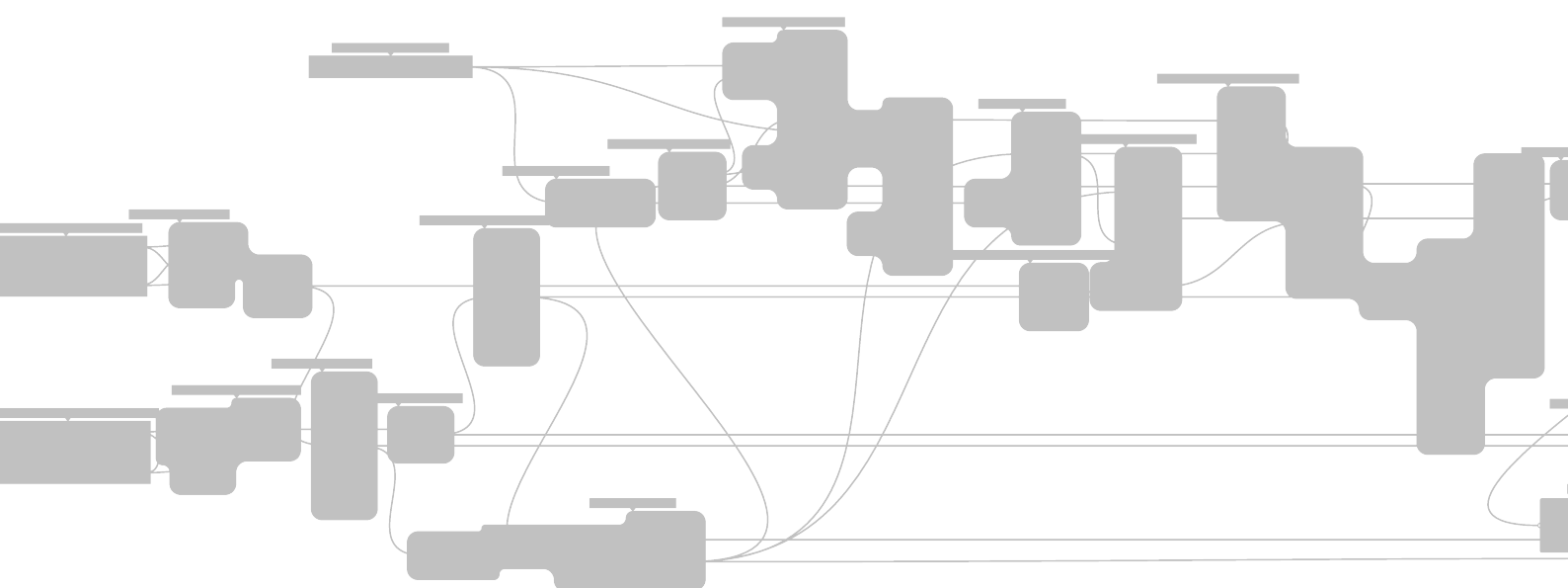
·Proponer una metodología que permita el análisis de distintos parámetros en una estructura cualquiera.

·Establecer simplificaciones en el proceso de dibujo y optimización de estructuras complejas con programas informáticos que permitan la automatización de trabajos repetitivos y tediosos.

·Analizar la influencia que tiene sobre la capacidad portante de una estructura las variaciones geométricas sobre un modelo base.

·Encontrar los valores de los parámetros que generan estructuras más optimizadas en peso para una tipología estructural.

·Explicar qué factores y afectan al diseño de un determinado tipo estructural y



3 ESTUDIO PARAMÉTRICO. CÚPULAS DE HACES

En este apartado se estudian en concreto las cúpulas de haces. Los procedimientos, herramientas y métodos utilizados para las cúpulas de haces descritos aquí son extensibles a cualquier otro tipo de estructuras articuladas, siendo las cúpulas de barras un ejemplo de las posibilidades que ofrecen este tipo de estudios.

El estudio se realiza según la metodología y herramientas descritas anteriormente.

3.1 PARAMETRIZACIÓN

Se recoge aquí la explicación de manera más detallada del proceso de parametrización seguido para las cúpulas de haces, ejemplificando con capturas de Grasshopper y de Rhino las descripciones. Es de especial importancia en este punto comprender las ventajas del dibujo dinámico para el posterior cálculo y comparativa de estructuras.

Es también fundamental comprender las relaciones geométricas y matemáticas existentes entre los elementos de las estructuras. Para un mejor entendimiento de la programación se recomienda (simultáneamente a la lectura de este apartado) revisar el Anexo 5 en donde se muestra el mapa completo de relaciones y no sólo partes fragmentadas.

Establecimiento de parámetros y rango de valores.

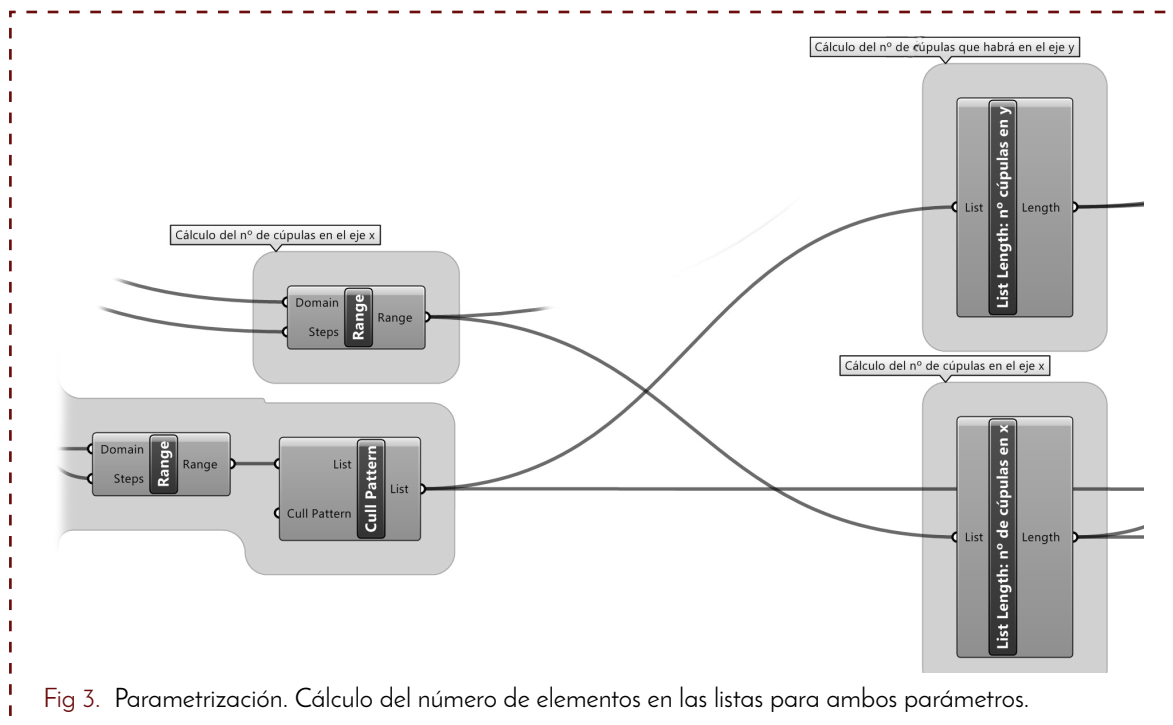
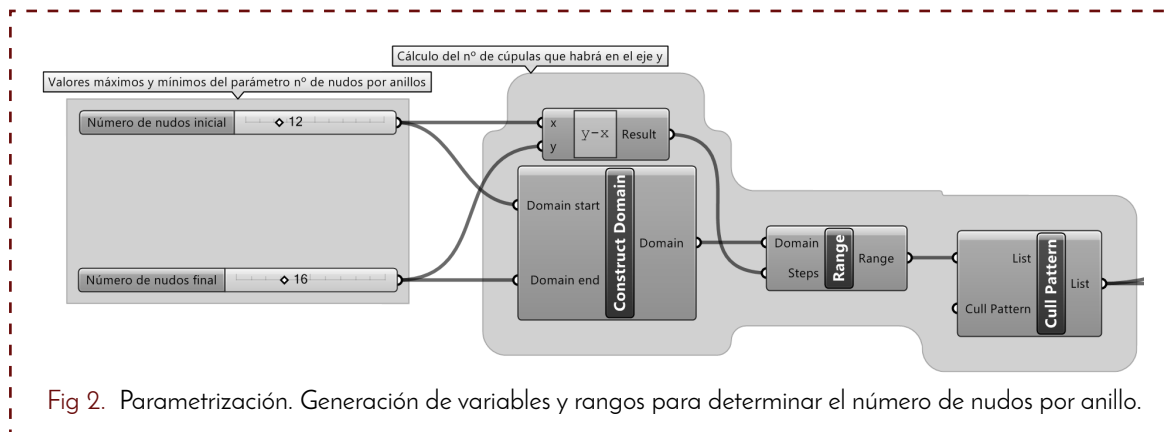
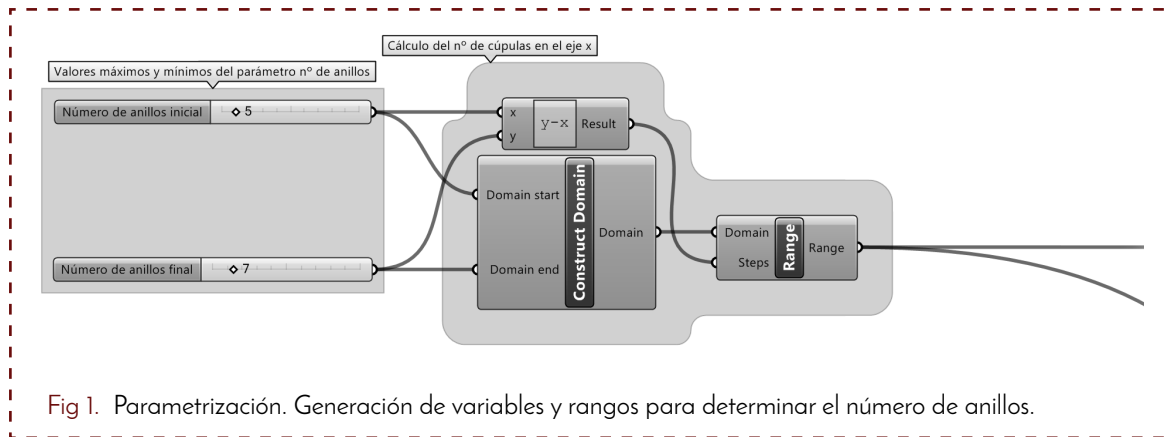
Se desea generar una cuadrícula de referencia para crear los orígenes de las diferentes cúpulas. En cada punto de la malla se situará una cúpula diferente de las demás. Cada cúpula tendrá un valor diferente para los parámetros de número de anillos o número de nudos. El primer paso es generar los elementos que permiten recorrer las variables

de los parámetros con la intención de que el número de filas y columnas de la rejilla se ajuste a los valores máximos y mínimos que se deseen introducir para la generación y cálculo simultáneo.

Se crean dos *Sliders* para los valores máximos y mínimos del número de anillos. Los valores de este parámetro pueden ser recorridos de uno en uno. Se añaden otros dos *Sliders* que marcarán el número de nudos por anillo que tendrán como máximo y mínimo las cúpulas de la tabla. El número de nudos tendrá que ser par para poder generar la diagonalización completa entre anillos.

Con objeto de que la cuadrícula base se ajuste a los valores se calcula el número de filas y columnas necesario por diferencia entre los valores máximos y mínimos con el comando *Expression*. El rango de valores que aparecerán en la tabla se genera con los comandos *Range* y *Construct domain*. Se utiliza el componente *Cull pattern* para eliminar los valores impares del dominio creado para el parámetro número de nudos (que no pueden aparecer por el motivo anteriormente expuesto). *Cull pattern* elimina los valores según la serie indicada, por eso se introducirá en *Set multiple booleans* el patrón *True-False* para que elimine uno de cada dos valores, coincidiendo con los impares.

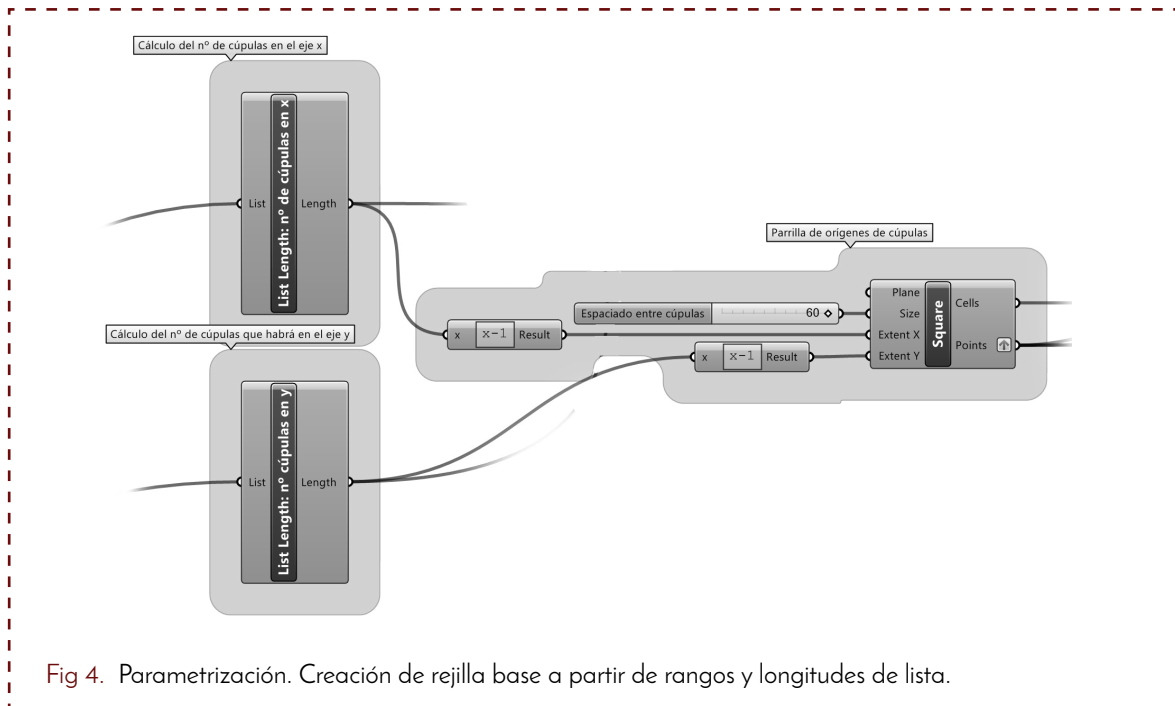
Finalmente se cuenta el número de elementos presentes en estas dos listas para crear el número de filas y columnas de la tabla con el comando *List length*.



Creación de cuadrícula de orígenes.

Se crea con el componente *Square* la rejilla base. Se parametriza el espaciado entre cúpulas con un *Slider* y se introducen las dimensiones que tiene la rejilla en X y en Y

según los rangos creados anteriormente. Para ello simplemente se conecta *List length* y se le resta una unidad (pues el comando *Square* crea tantos espacios entre vértices como se le indique).



Orígenes y parametrización del diámetro y del peralte.

Obtención de las coordenadas de los orígenes. Para obtener una lista ordenada simple se introducen los valores *Points* obtenidos de *Square* en *Deconstruct point* añadiendo la opción *Flatten*.

Se generan los puntos extremos de los diámetros en el eje X sumándole o restándole al punto de origen el valor del radio parametrizado con un *Slider*. Se mantienen las coordenadas Z e Y de todos los orígenes. A pesar de que el radio se puede variar, en este estudio se mantiene constante para ver las diferencias que genera en la resistencia y peso de la estructura la variación del resto de parámetros, es decir, se desea ver la influencia que tienen otras variaciones geométricas para un mismo caso en el que la cúpula mide 50m de diámetro.

Para hallar los vértices de las cúpulas se desplazan los orígenes (*Flatten Points* resultantes del componente *Square*) con el comando *Move*. En el valor *Motion* se introduce un vector de dirección positivo en el eje Z (*Unit z*) que puede tomar distintos valores, convirtiéndose así el peralte en un

parámetro dinámico. En este caso interesaba calcular unas relaciones muy concretas de peralte/radio para acotar el estudio. Como se ha descrito ya en la metodología las distintas variaciones del peralte se estudiarán en archivos separados para aligerar la representación gráfica y permitir mejor visualización de las cúpulas a la hora de su cálculo y análisis de resultados.

Se puede expresar el peralte en relación al radio mediante una sencilla operación matemática que ejecuta el componente *Expression*. En el ejemplo se muestra la formulación introducida para la relación peralte/radio de 2/3. De esta manera se consigue que la proporción de altura se mantenga estable cuando se varíe el radio y que se pueda modificar también la altura según se desee.

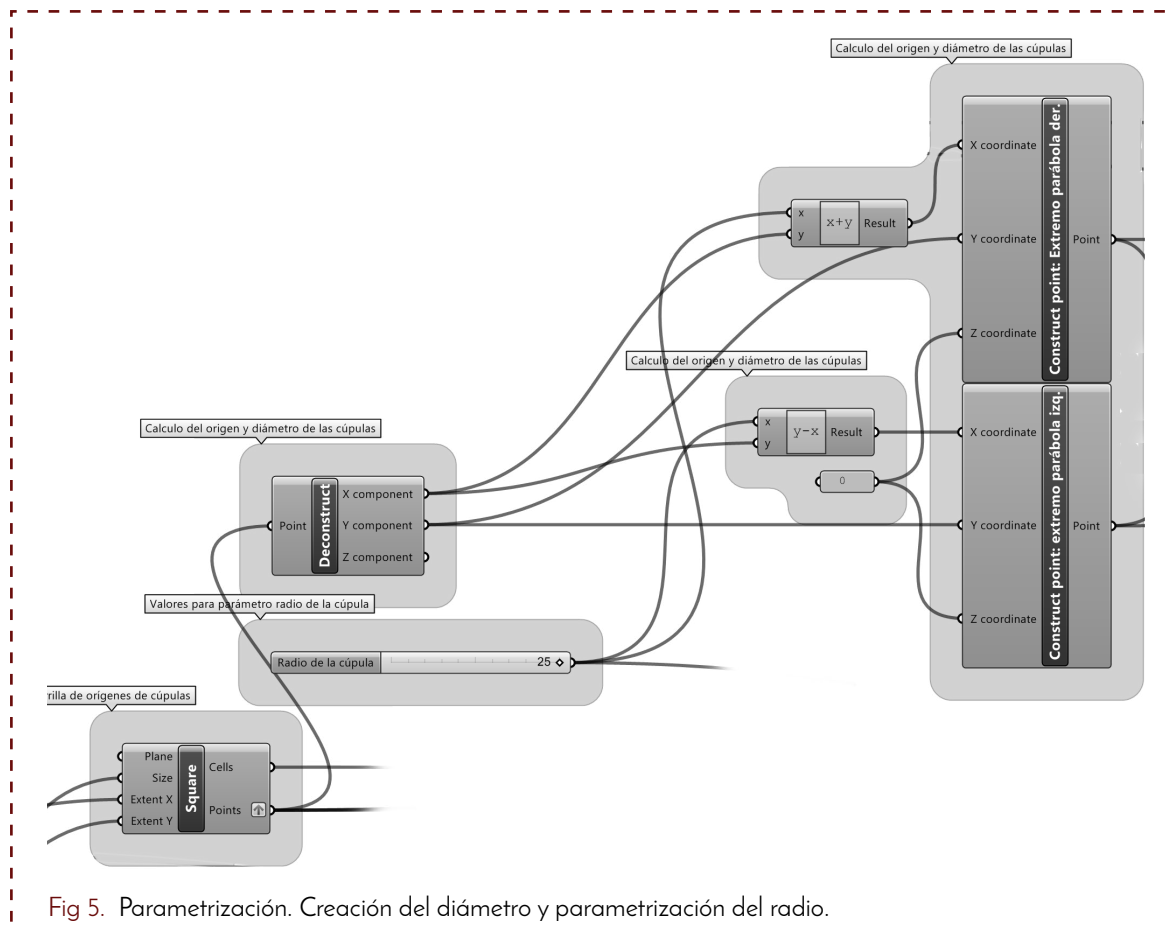


Fig 5. Parametrización. Creación del diámetro y parametrización del radio.

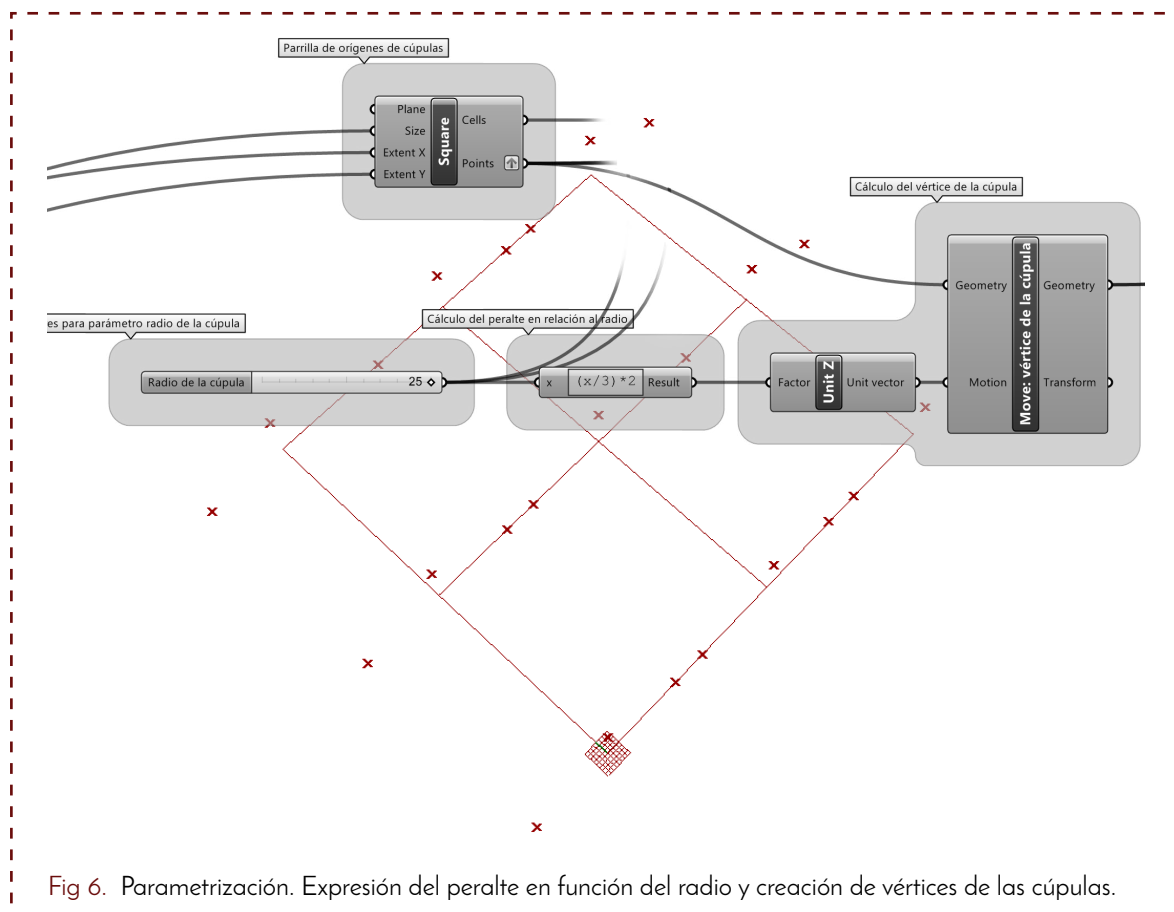


Fig 6. Parametrización. Expresión del peralte en función del radio y creación de vértices de las cúpulas.

Perfil de la cúpula y línea de máximo peralte.

Una vez creados los extremos del diámetro y teniendo el vértice se puede crear un arco que recorra estos 3 puntos y que se corresponda con el perfil de la cúpula. Debido a que los anillos no se encuentran distribuidos en altura de manera uniforme (si no que se juntan más cuanto más alta es la cota en la que se sitúan) se ha de dividir el arco de circunferencia para generar correctamente las alturas en los que éstos se sitúan.

El arco se genera con el bloque *Arc 3pt* en el que se introducen los puntos de los extremos y de los vértices hallados previamente. Se dibuja también con *Line* la línea que marca la máxima altura de la cúpula uniendo el origen con el vértice, ya que será de utilidad más adelante.

Como no todas las cúpulas tienen el mismo número de paralelos, es necesario indicar antes de dividir el arco de circunferencia cuántas cúpulas hay y cuántos anillos tiene cada una. Teniendo en cuenta que hay varias cúpulas con el mismo número de anillos (todas las que se sitúan en la misma columna de la tabla) es una cuestión de repetir en la lista que indica el número de anillos este valor tantas veces como cúpulas cuenten en su geometría con él. Es decir, se introduce en *Duplicate data* el rango de valores que toma el número de anillos y lo duplicamos tantas veces como indique la longitud de lista del parámetro número de nudos por anillo. De esta manera el programa entiende qué cúpulas tienen el mismo número de anillos y en qué orden, y la duplicidad varía en la misma medida que cambie el parámetro número de nudos por anillo.

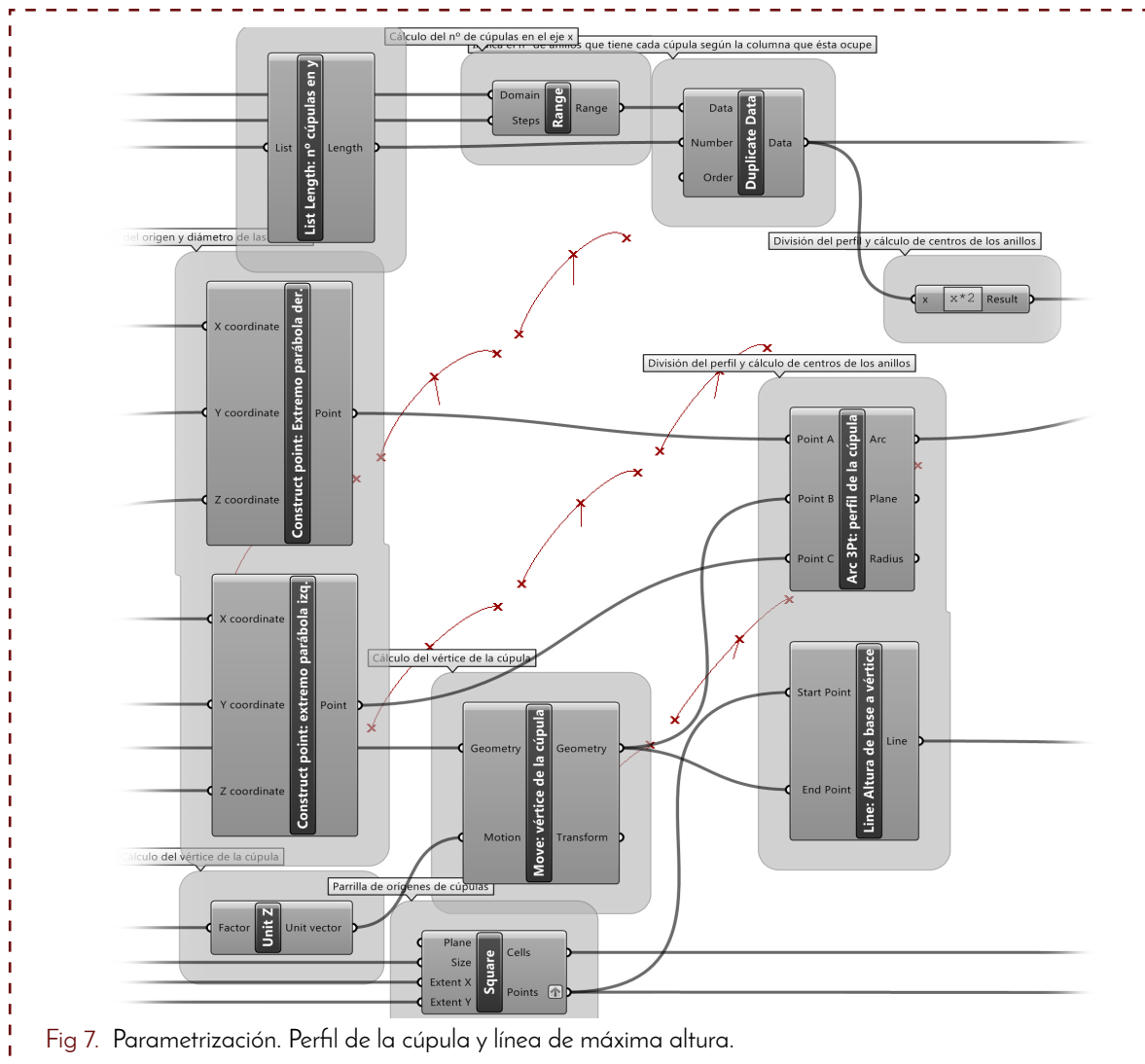


Fig 7. Parametrización. Perfil de la cúpula y línea de máxima altura.

División del perfil, intersección de planos con recta central y generación de orígenes de anillos.

Una vez tenemos identificadas las cúpulas y ordenadas por su números de anillos se puede proceder a dividir los perfiles de manera seriada. Con el elemento *Divide curve* introduciendo en los valores *Curve* los arcos y en el valor *Count* (número de divisiones) el resultado obtenido de *Duplicate data* el programa es capaz de asociar a cada arco el número de divisiones que tiene que tener. Hay que dividir el arco el doble de veces respecto del número de anillos que tiene la cúpula, pues el arco es el perfil completo y los anillos pasan dos veces por el mismo arco de circunferencia.

A continuación se generará un plano por cada división del arco que describe el perfil, se intersecarán con la recta central y se hallarán así los centros de los anillos de las cúpulas.

Para evitar la duplicidad de anillos se suprimen la mitad de los vértices que dividen al arco de circunferencia, obteniendo sólo la mitad de uno de los lados. Se incorpora el elemento *Split list* en donde el *Index* se conecta con la salida de *Duplicate data*. Hay que marcar al introducir la lista de número de anillos la opción *Graft*. Esto se debe a que los elementos obtenidos en *Divide curve* son ahora una lista de puntos agrupados por arcos de circunferencia y de esta manera se asocia a cada arco de circunferencia un determinado número de anillos (de otro modo asocia a todos los arcos todos los números de anillos indicados por *Duplicate data*).

Para generar planos paralelos al plano de referencia XY se ha utilizado el comando *Plane surface*. En *Plane* se introducen los nuevos orígenes ya filtrados por *Split list*.

Para intersecar estos planos con la recta central se puede usar el comando *Line/plane*.

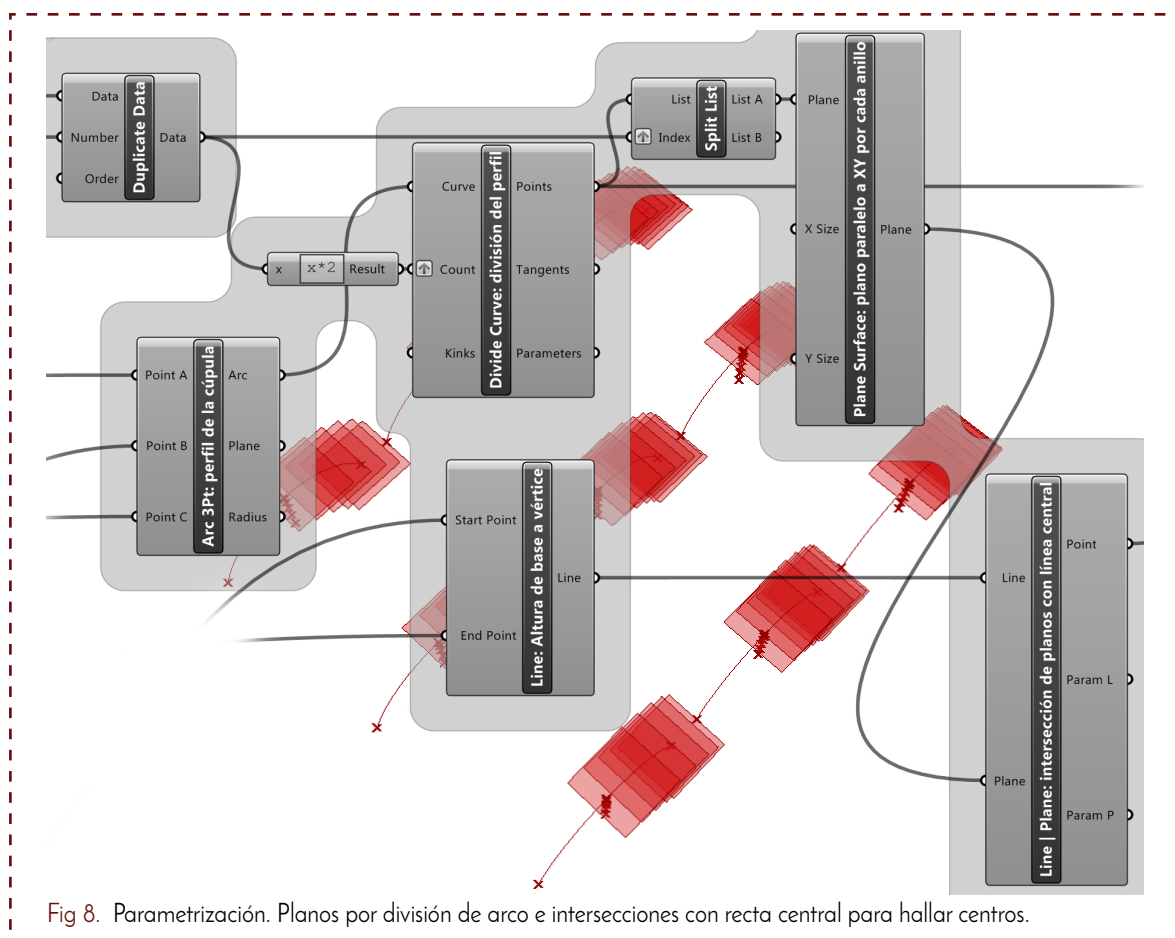


Fig 8. Parametrización. Planos por división de arco e intersecciones con recta central para hallar centros.

Generación de anillos.

Para generar los anillos se requiere el centro y el radio.

Para calcular el radio se utiliza el comando *Line* utilizando como puntos iniciales las divisiones de las circunferencias y como puntos finales las divisiones de la recta central. Para que se realice la adecuada

asociación de puntos entre iniciales y finales se añade el comando *Shortest list* que asocia de manera ordenada los índices de ambas listas.

Finalmente con el comando *Circle* añadiendo los centros nuevamente y las líneas recién halladas en *Radius* se obtienen los anillos.

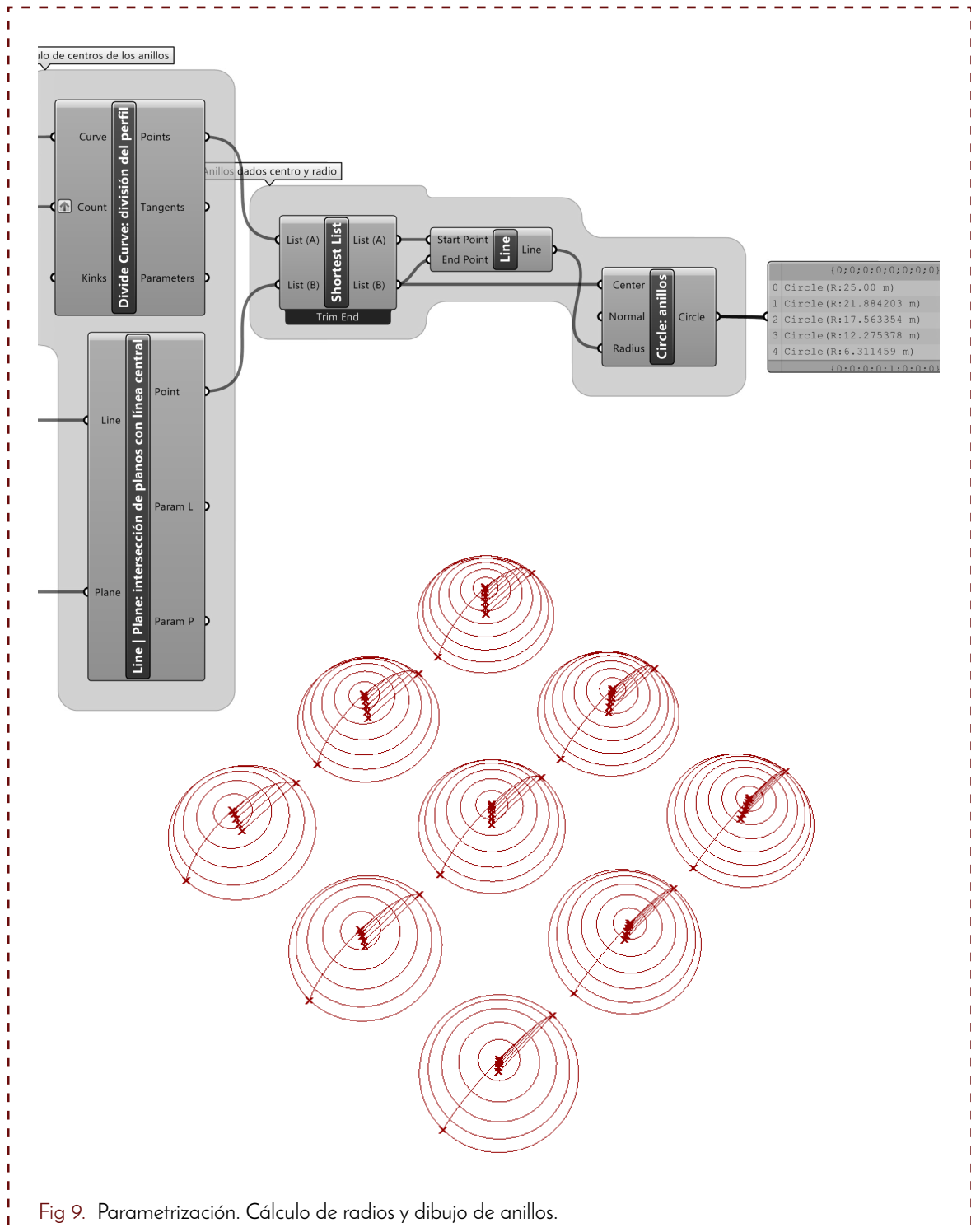


Fig 9. Parametrización. Cálculo de radios y dibujo de anillos.

Rotación de anillos.

En este paso se pretende que cada anillo gire sobre sí mismo para crear un patrón de diagonalización adecuado. El giro de cada anillo debe ser distinto según su posición en la lista que los reparte en altura y teniendo en cuenta que además no todas las cúpulas tienen el mismo número de anillos ni de nudos la programación se complica notablemente.

En primer lugar se requiere una repetición en la lista de valores del parámetro número de nudos por anillo según el número de filas que haya (en función del rango elegido para el número de anillos), del mismo modo que el parámetro número de anillos se había repetido anteriormente. Esto se realiza con el comando *Duplicate data*, introduciendo esta vez la lista del número de nudos y repitiéndola varias veces en función de la longitud del rango número de anillos.

Se fijan en *Plane origin* los orígenes de los planos de rotación con valores obtenidos de *Square*.

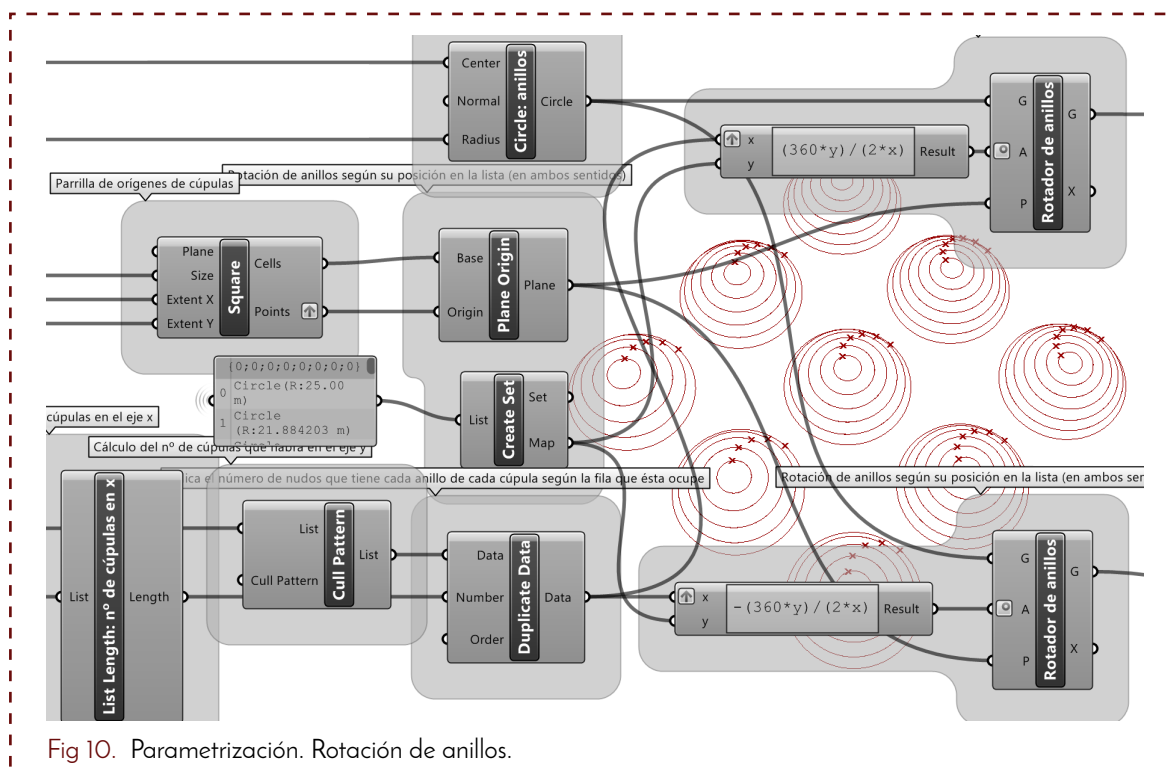
Se obtiene el índice de anillos con la

función *Create set*. Es necesario interponer un panel para convertir los elementos *Curve* en datos organizados para *List*. Estos datos pueden ser leídos por el componente adecuadamente.

Finalmente con el comando *Expression* se genera una función matemática que gira (en función de la posición del índice y del número de nudos por anillo que tenga cada cúpula) los anillos para poder crear después el patrón de diagonalización deseado: cada anillo se gira en sentido horario la mitad del ángulo entre nudos y avanza respecto al anillo inmediatamente inferior.

Esta función se repite luego en sentido antihorario para hacer las diagonales que van en la otra dirección y cierran la triangulación.

Este punto es clave y supone por parte del programa el reconocimiento de manera simultánea del número de nudos y del número de anillos y actúa de manera individualizada para cada cúpula en una malla de estructuras en que todas son distintas y cuyo principio y final puede variar, además de aumentar o disminuir a voluntad del diseñador.



División de anillos en nudos.

Una vez generados los anillos y posicionados correctamente se puede proceder a su división para la generación de los nudos.

Con el comando *Divide curve* se realiza la operación de división. Hay que recordar que no todos los anillos tienen el mismo número de nudos. Para asociar a cada

conjunto de anillos un determinado número de divisiones en función de la variable número de nudos por anillo es necesario conectar en *Count* la lista con el número de nudos que tiene cada cúpula. Se marca en la entrada la opción *Graft* para que cada paquete de anillos se asocie con un número de divisiones (de otro modo asociaría anillos individuales en vez del conjunto de anillos de una cúpula).

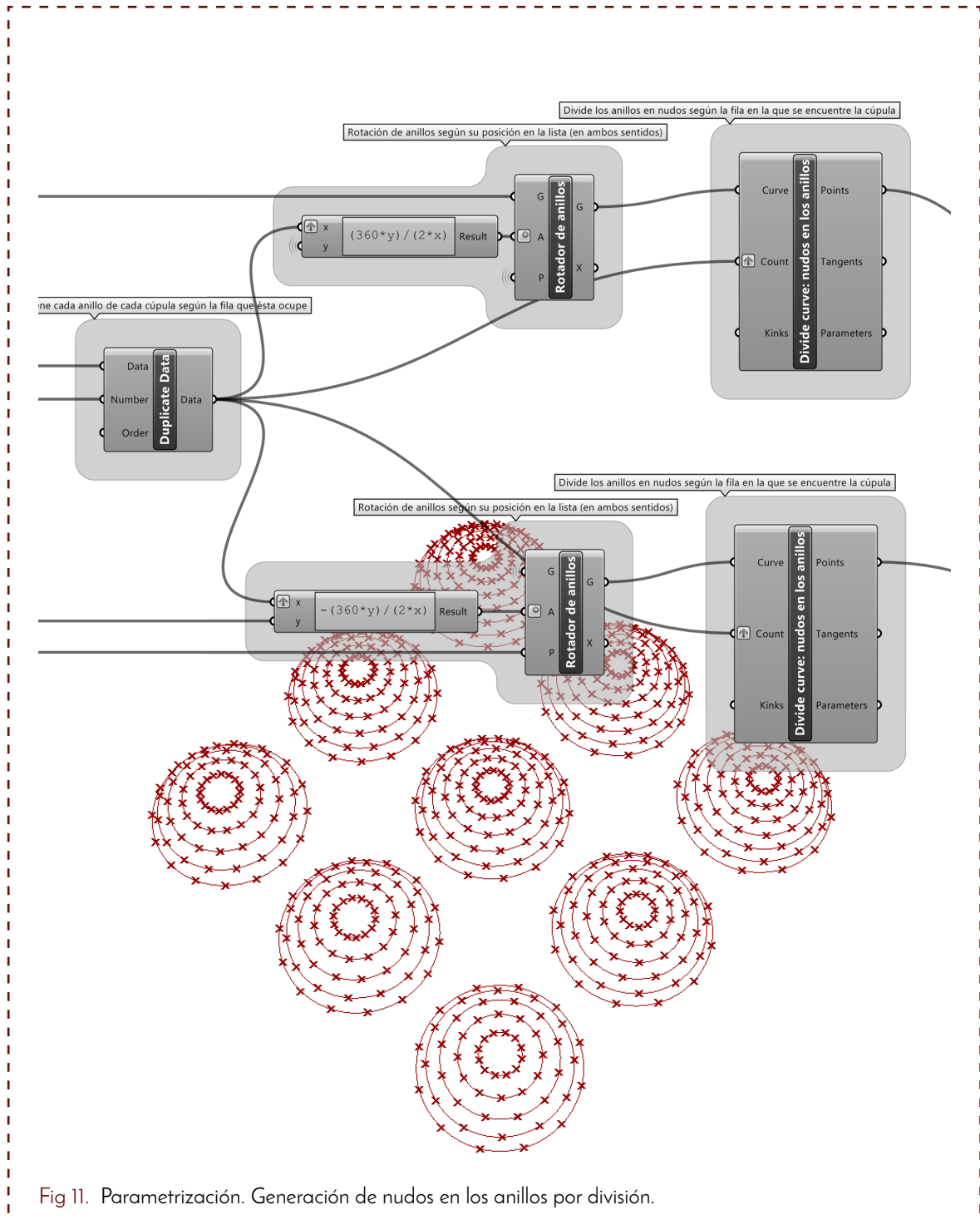


Fig 11. Parametrización. Generación de nudos en los anillos por división.

Generación de barras.

Una vez se tienen localizados los vértices que representan a los nudos sólo falta generar las barras. La posibilidad de generación depende de la ordenación de estos vértices dentro de las listas.

La numeración de los puntos se realiza en listas con distintos niveles de ordenación, es decir, matrices con datos dentro de otros sistemas de matrices. Debido a las múltiples conexiones realizadas y a la complejidad del sistema es inevitable la aparición de niveles de agrupación innecesarios y de contenido vacío. En este paso hay que realizar la reordenación de los puntos para que la numeración de éstos en dirección de los anillos cambie en el sentido de las diagonales. La suma de niveles (*Branches*) innecesarios hace más complejo la ubicación y control de las matrices. Se aprovechan las herramientas que ofrece el programa para depurar las listas, en este caso *Simplify tree* se encarga de eliminar aquellos niveles de agrupación sin contenido.

Finalmente se obtienen 3 niveles de agrupación y una lista. El nivel superior contiene la información de ubicación en un eje de las cúpulas y por tanto, el control de la variable número de anillos; el nivel intermedio la localización de éstas en el otro eje y la información de número de nudos; y el nivel inferior la localización de los puntos y su orden.

El orden de los puntos en esta rama tras haber sido generados como se indica en los pasos anteriores es por anillos, es decir, cada anillo contiene una lista numerada (0,1,2...n) y si se dibuja una polilínea (comando *Polyline*) recorriendo estos puntos se crean las barras horizontales de las cúpulas.

Como ya se ha explicado, es necesario alterar la numeración por anillos para crear las diagonales. Matemáticamente es un proceso de inversión de matriz en el que filas de la matriz pasan a ser las columnas (todos los

vértices de un mismo anillo están numerados ahora igual y cada anillo superior avanza en la numeración respecto del inferior). Es posible realizar esto para matrices simples (sin varios niveles o ramas) con el elemento *Flip matrix*, pero para sistemas de matrices se generan problemas y no resuelve bien los valores que quedan nulos al intercambiar filas por columnas en una matriz que no sea cuadrada. *Path mapper* permite en cambio elegir qué nivel de datos alterar y de qué forma ha de transformarse la matriz, además evita el problema de la creación de valores nulos al intercambiar filas y columnas en matrices no cuadradas borrando los datos sobrantes tipo *Null*. En la imagen puede observarse la formulación introducida en la que el valor del índice *a* (la matriz que contiene los puntos y su ordenación en anillos) se intercambia por el valor *i* que ordena por diagonales.

Para generar las diagonales en un sentido se utiliza el comando *Polyline* conectado a la salida de reordenación de puntos de *Path mapper*.

Las diagonales en el otro sentido se realizan repitiendo la operación anterior pero conectando a los anillos cuyo sentido de giro había sido invertido en el paso anterior.

Con todas las barras definidas correctamente se termina el proceso de parametrización y dibujo de las distintas cúpulas de haces que se someterán a estudio.

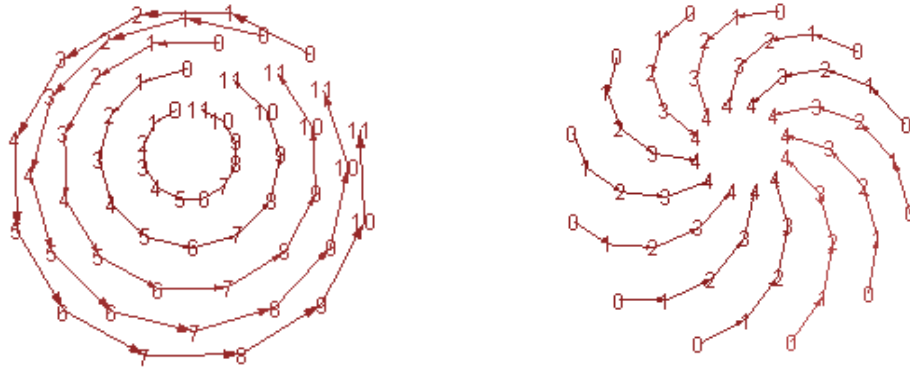


Fig 12. Parametrización. Numeración de nudos para anillos (izquierda) y diagonales (derecha).

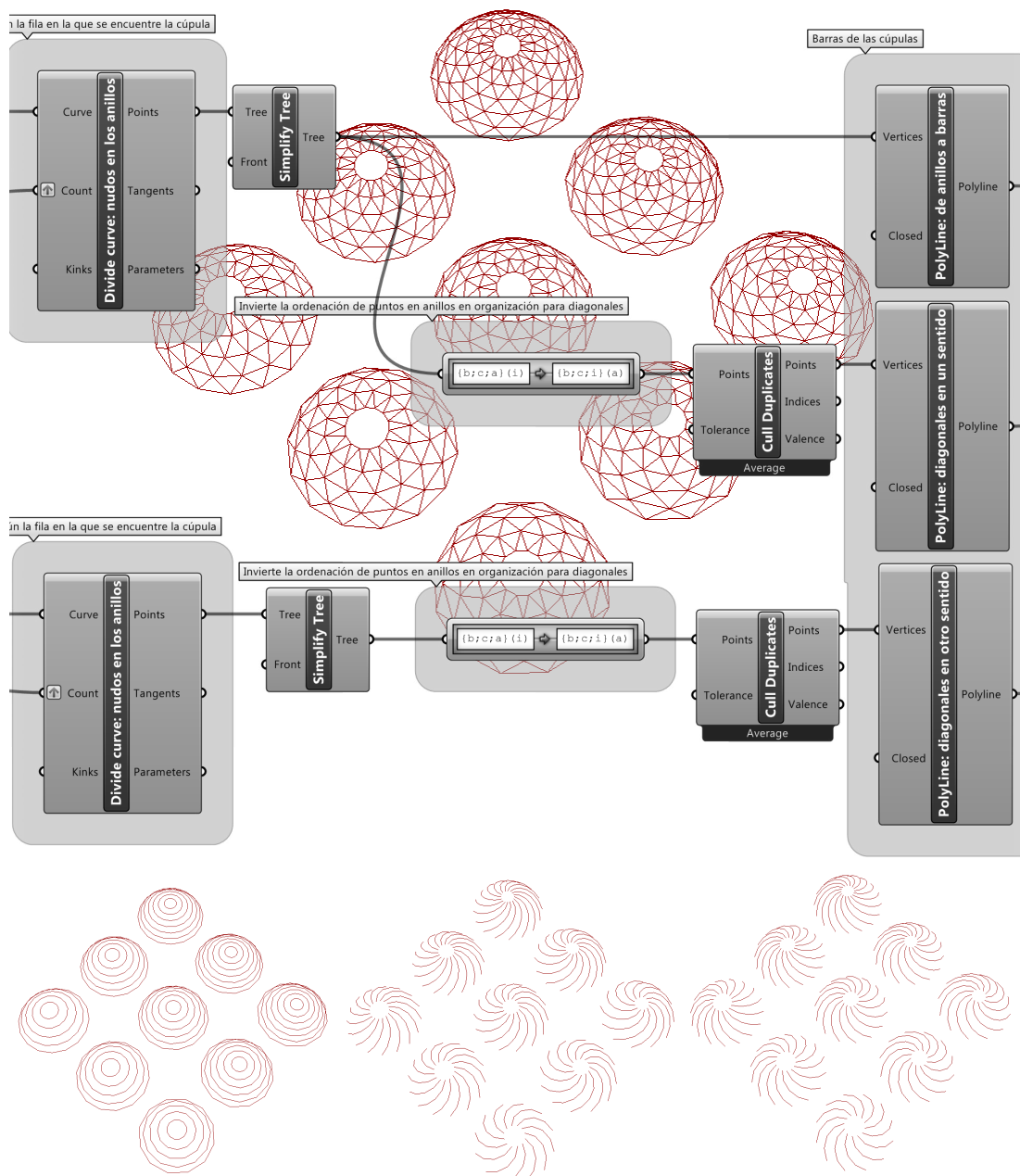


Fig 13. Parametrización. Ordenación de nudos y generación de barras por fases.

3.2 MODELIZACIÓN

Acabado el proceso de dibujo paramétrico se pretende la modelización de la geometría en elementos reconocibles por un programa de cálculo. Este proceso incluye además la introducción del resto de datos que permiten el cálculo: puntos fijos, tipos de nudo, secciones de barras y materiales, cálculo de anchos de banda y cargas...

Es objeto también del trabajo intentar simplificar y automatizar estos procesos. Debido a la gran cantidad de elementos a modelizar para cálculo y a las variaciones que presentan las cúpulas, la posibilidad de cometer errores en una introducción manual de datos es tremendamente elevada. Es por esto que se realiza una primera aproximación a la conversión de geometría en elementos de modelo y al cálculo de cargas ya en *Grasshopper*.

Hay que señalar que no se pretende en este estudio el análisis minucioso de las cargas e hipótesis de combinación posibles que se describen en la normativa para el cálculo de estructuras en la edificación, sino que se trata simplemente de someter cúpulas a condiciones similares de carga para comparar la influencia de la geometría en la resistencia del sistema. Por esto mismo la consideración de toda la complejidad real de los casos de carga sólo complicaría el análisis de los resultados.

Reparto de cargas.

En primer lugar se recogen las 3 series de polilíneas generadas en el apartado anterior y se unifican en un único contenido *Geometry* para simplificar las uniones.

Como es un sistema de barras y nudos articulados se propone una modelización en la que las cargas se introducen por nudos, haciéndose necesario hallar las áreas tributarias que le corresponden a cada nudo. Se admite de manera simplificada que el área

que cubre cada nudo corresponde con $1/3$ del área de cada uno de los paños triangulares que acometen al nudo. Esta modelización se utiliza en todos los programas de elementos finitos y ha demostrado ser holgadamente válida.

Sigue siendo necesario hallar infinidad de áreas distintas: a cada nudo acometen 6 triángulos entre los que hay 4 distintos (excepto a los nudos de borde que reciben tres y hay dos diferentes). Y aunque todos los nudos de un anillo tienen idéntica área tributaria el hecho de que se vayan a calcular y contrastar muchas cúpulas diferentes aumenta el número de elementos distintos a calcular. Resulta evidente que un cálculo manual de todas estas áreas y repartos desembocaría en numerosos despistes y errores que pueden ser subsanados si se programan adecuadamente.

Desde este estudio se propone continuar utilizando el programa de parametrización para hallar estas áreas, ya que se pueden calcular de manera sencilla las superficies y asociar el reparto a los nudos correspondientes.

En primer lugar es necesario generar las superficies cuyas áreas han de ser calculadas y repartidas. El comando *GG network fillet* (perteneciente a un plugin instalable para *Grasshopper*) permite simplificar notablemente el proceso de reconocimiento de áreas a partir de segmentos desordenados con la ventaja de posibilitar que se le indique cuántos bordes componen la celda (en este caso esto se realiza indicando en la opción *Perim or void* el valor 3).

Para dividir las polilíneas resultantes de la geometría en segmentos independientes se utiliza el comando *Explode*. En la introducción de curvas entre las que se han de reconocer las celdas es necesario introducir los segmentos sin agrupar (están ordenados según la polilínea de la que formaban parte),

por lo que hay que marcar la opción *Flatten* para los segmentos.

Una vez generadas las superficies (no tienen por qué estar necesariamente ordenadas) se hallan los vértices y las caras con los que cuenta cada una de las facetas con *Deconstruct brep*.

Hallando la superficie de cada cara con el comando *Area* es posible calcular una tercera parte del valor de ésta y multiplicarlo por un valor estimado para el peso del

pañó por metro cuadrado (2 kN en este caso) con el fin de convertir estos valores en los módulos de vectores que pasarán a ser posteriormente las cargas aplicadas en los nudos. Las operaciones citadas se realizan con el comando *Expression* y la conversión en vector del valor numérico hallado se realiza con *Unit z*, que lo transforma directamente en un vector aplicado según el eje Z. Como se desea que las cargas se apliquen en sentido negativo del eje (gravitatorias) se introducen multiplicados por -1 en *Expression*.

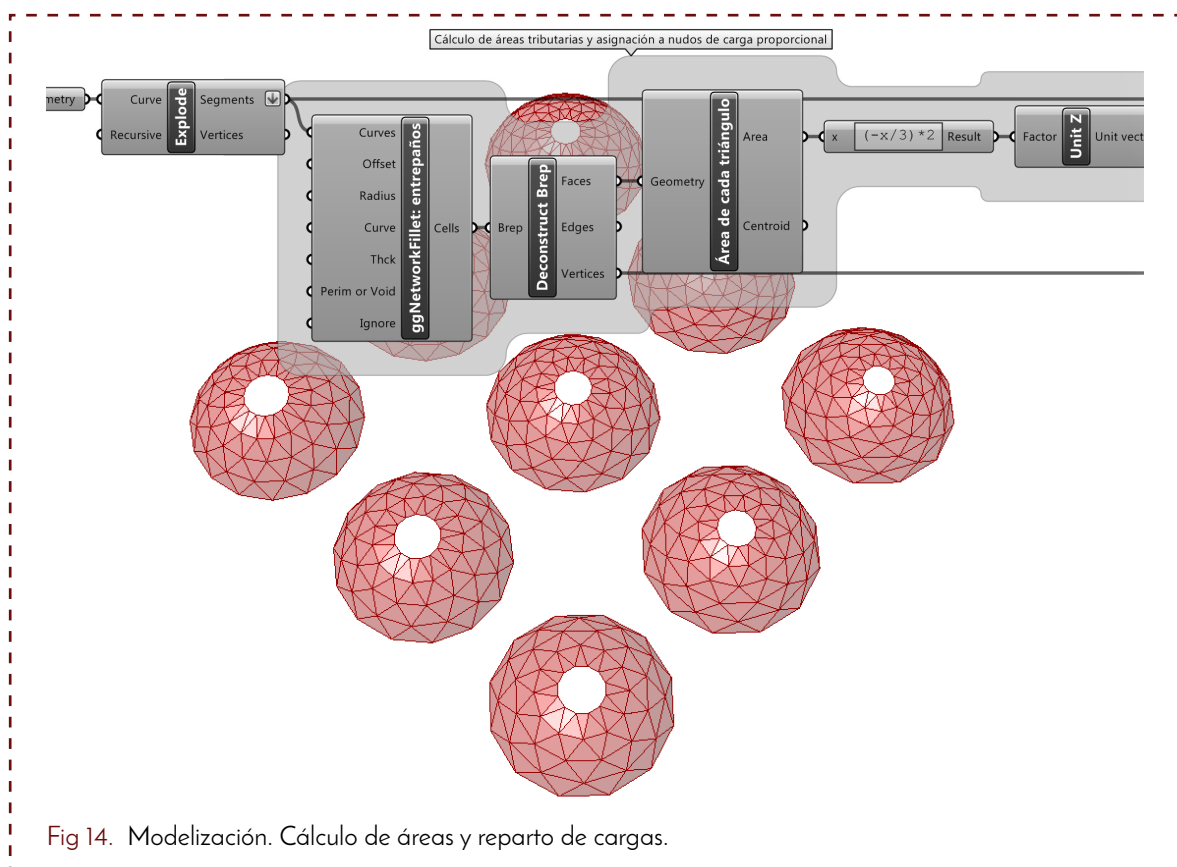


Fig 14. Modelización. Cálculo de áreas y reparto de cargas.

Preparación del modelo de cálculo.

En primer lugar, y teniendo ya calculadas las cargas, se realiza el reparto. Para asociar cargas a elementos geométricos fue necesario recurrir a un plugin de cálculo estructural integrable en Grasshopper: *Karamba*. Con el bloque *Loads* de *Karamba* se pueden asociar los vectores anteriormente descritos (introducción en *Force*) con los puntos adecuados (*Pos/ind*). Debido a que los vértices y las caras fueron hallados simultáneamente con el elemento *Deconstruct*

brep el programa realiza directamente la asociación entre las fuerzas halladas y los puntos, asignando a cada nudo las 6 cargas que le corresponden (4 en el caso de nudos de borde).

Finalmente se modelan las líneas como vigas con *Line to beam* introduciendo en *Line* los segmentos salientes de *Explode*.

Ya se puede generar un primer modelo básico con *Assemble model* introduciendo

los vértices de los nudos y las vigas salientes de *Line to beam* en *Point* y en *Element* respectivamente. En *Load* se añaden las cargas halladas con el bloque *Loads*.

Es posible visualizar el modelo estructural generado con *Model view* para verificar que se están asignando de manera correcta las cargas y reconociendo todos los elementos.

Para la exportación al programa de cálculo se ha utilizado el plug-in *GG Karamba export* de *Geometry gym* que convierte el modelo a formato *IFC*.

A pesar de que *Karamba* podría realizar el cálculo se ha preferido el uso de un programa más específico que permita un mayor control sobre los datos introducidos, el análisis de resultados e incorpore mayores comprobaciones (en este caso *Robot*). Es posible también asignar ya en *Karamba* secciones, apoyos, materiales y tipos de uniones, sin embargo se ha comprobado que estos datos no son reconocidos tras realizarse la exportación o generan problemas en el modelo, por lo que estos datos se incorporarán preferentemente dentro del programa de cálculo elegido.

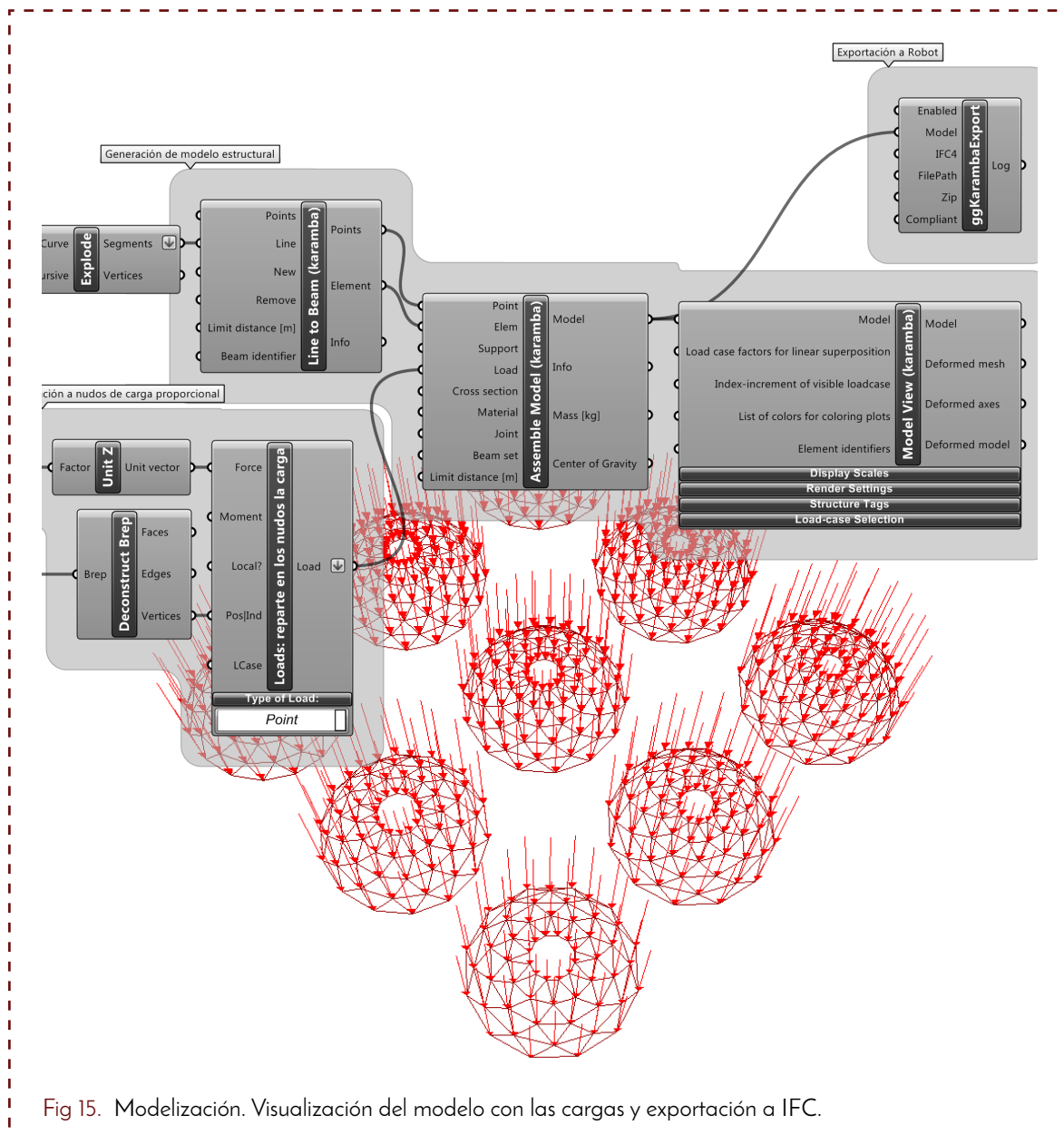


Fig 15. Modelización. Visualización del modelo con las cargas y exportación a IFC.

Modelos a calcular.

Es posible una vez hecha la parametrización del sistema estructural realizar la modelización y cálculo de infinitas cúpulas sobre pequeñas variables geométricas. Para acotar el estudio se escogen unos rangos de valores para las variables parametrizadas, en total 27 cúpulas diferentes.

Las conclusiones reflejadas en el estudio son extraídas después de realizar el análisis y comparativa (el análisis estructural no es un medio de comprobación de teorías sino el origen de ellas), por lo que la validez de las mismas está limitado al rango de cúpulas aquí estudiado.

Completando el modelo de cálculo.

Se completan los parámetros necesarios para realizar un primer cálculo y revisar los esfuerzos y aprovechamientos de las barras.

Se selecciona la norma para cálculo y dimensionado de acero española: CTE DB SE-A. El programa incorpora ya las comprobaciones relativas a estados límite y de servicio especificadas por la norma. Del mismo modo reconoce los coeficientes de seguridad y las combinaciones de la norma de acciones en la edificación. Es necesario sin embargo hacer comprobaciones manuales para verificar el cumplimiento de otros factores como los desplazamientos globales.

Se asigna una sección básica predimensionada igual para todas las barras y cúpulas. En posteriores cálculos se irán revisando los esfuerzos y ajustando la barra más apropiada a cada cúpula.

Se disponen rótulas en los apoyos (considerando el carácter articulado de la estructura no tiene sentido realizar otro tipo de apoyos que puedan generar tensiones de flexión sobre las barras). Se indica que las uniones entre barras de la estructura son

articuladas para que sólo haya tensiones axiales.

Se asigna acero S235 como material para todas las barras. La serie de secciones utilizada para el dimensionado de la estructura es de perfiles tubulares.

El cálculo se realiza como estructura de barras articulada apoyada sobre rótulas. La estructura es una malla de una sola capa de forma semiesférica o de casquete esférico. Se realiza un cálculo lineal sin considerar efectos de segundo orden y con análisis de distintos modos para el pandeo.

Cabe destacar que no se modelan en este cálculo cargas distintas de las gravitatorias. Se considera que a efectos de comparación entre cúpulas no es necesario añadir las cargas de nieve, uso o viento ya que harían más complejo el cálculo y el modelado sin aportar hechos diferenciadores al análisis comparativo. Tampoco se realizan en consecuencia combinaciones de carga. En cualquier caso, el cálculo completo con toda su complejidad y consideración de acciones posibles podría ser objeto de una fase posterior de desarrollo.

Por motivos de representación y para simplificar el número de estructuras que se calculan simultáneamente, las cúpulas se han dividido en distintos archivos según la variable del peralte, de tal modo que en la pantalla de cálculo hay 9 cúpulas distintas en número de anillos o número de nudos e iguales en altura.

La introducción de los datos que no se introdujeron en el programa de parametrización se puede realizar de manera bastante sencilla manualmente en el programa de cálculo simplemente seleccionando todos los elementos. La parte complicada y tediosa (el dibujo de tantas geometrías diferentes y el cálculo de cargas y repartos) se realiza automáticamente.

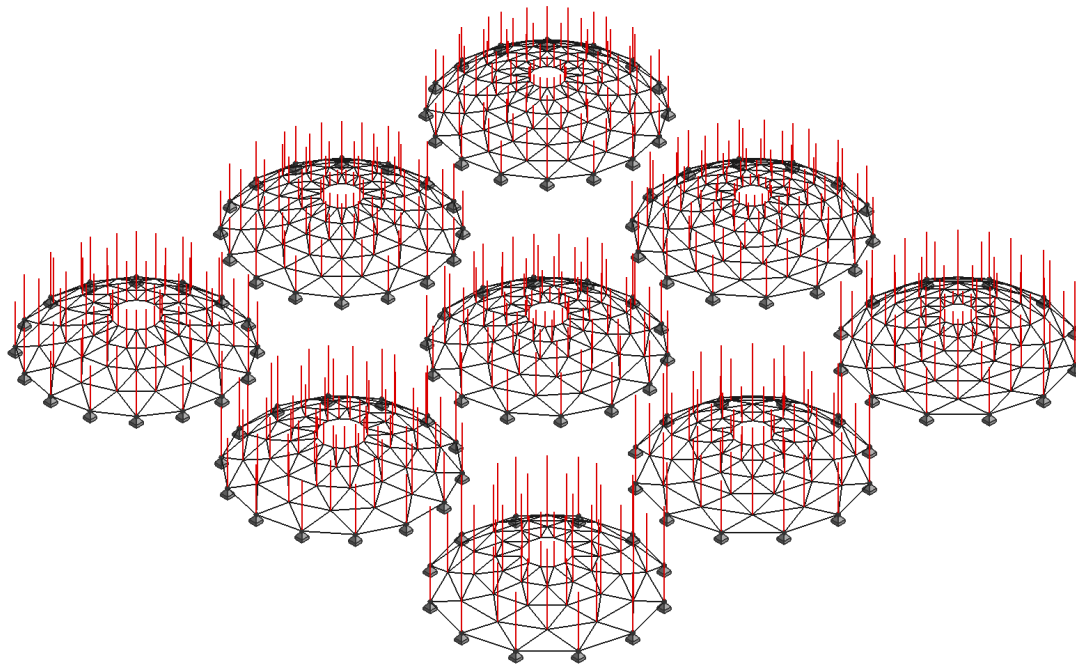


Fig 16. Modelización. Modelo de elementos, cargas y apoyos para tabla de cúpulas con peralte 1/3.



Fig 17. Modelización. Cargas tipo (en kN) para nudos de una de las cúpulas.

3.3 CÁLCULO Y OPTIMIZACIÓN

Esta parte comprende un primer cálculo como aproximación para hallar los esfuerzos y una segunda parte en la que se dimensionan las barras hasta conseguir el cumplimiento de todas las comprobaciones.

Esfuerzos en las barras.

En un primer cálculo se hallan los esfuerzos inducidos en las barras. Es el momento de comprobar que el modelo de cálculo es adecuado y que las tensiones existentes en las barras están dentro de los rangos esperados.

El cálculo realizado es un análisis matricial estático en el que se estudian además cuatro modos de pandeo de la estructura. No se consideran en este primer cálculo los efectos de segundo orden, pero se tendrá en cuenta a la hora de revisar las deformaciones que no sean tan excesivas como para tener este tipo de repercusiones.

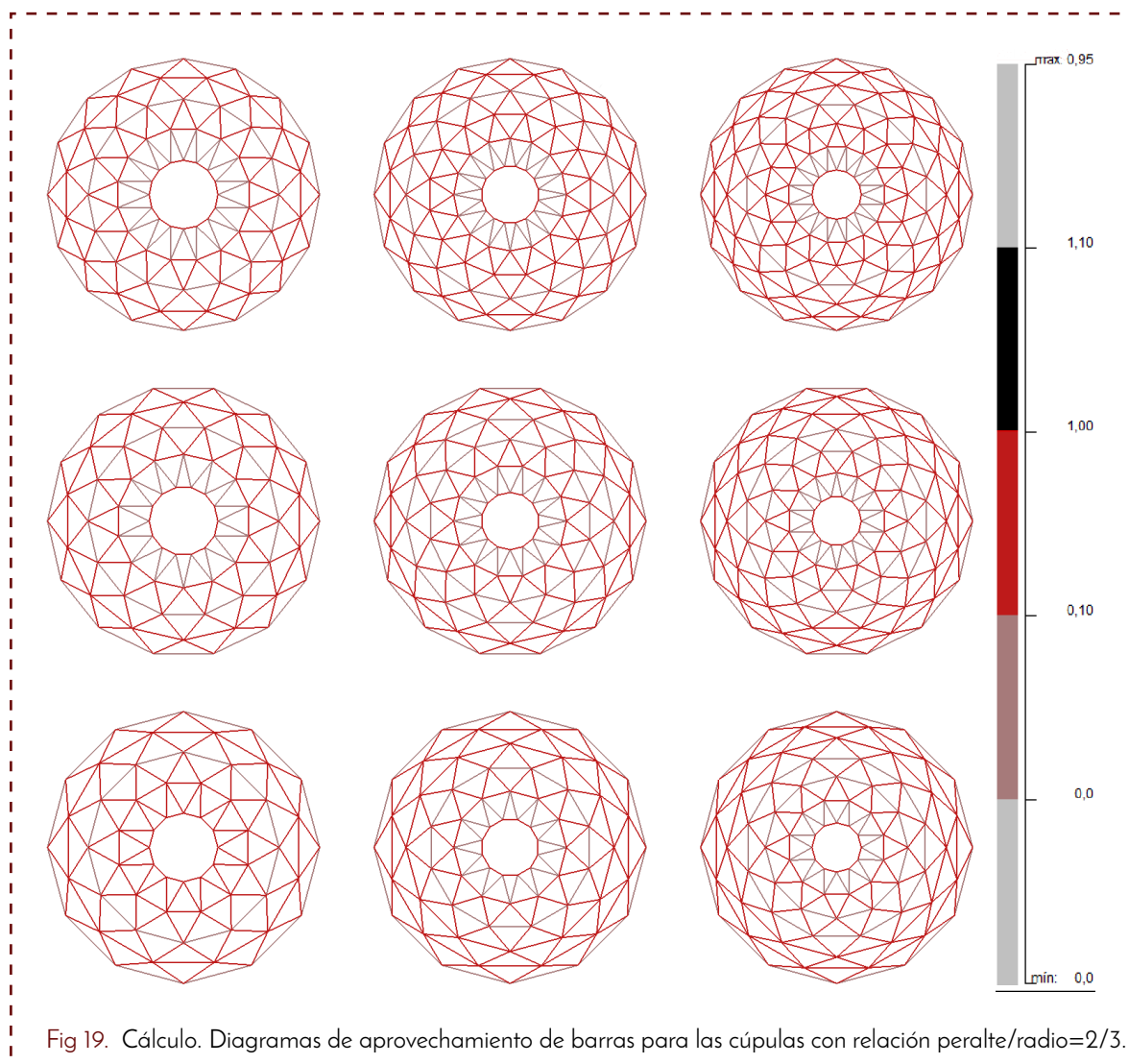
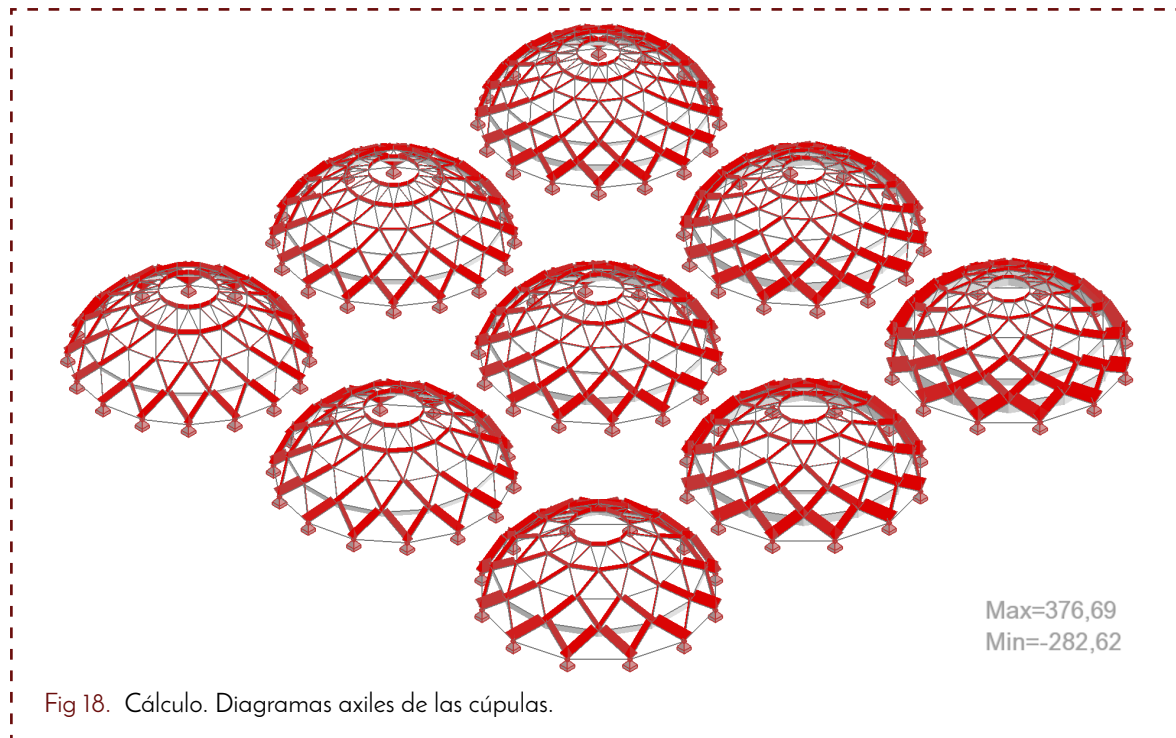
Se verifican que los esfuerzos principales que experimentan las barras son de axil. Como es de esperar aumentan hacia las barras inferiores en las diagonales. En lo referente a los anillos, los superiores están a compresión y su tensión va disminuyendo hacia los inferiores hasta llegar a un anillo que apenas tiene esfuerzos de ningún tipo, a partir del cual comienzan a entrar en tracción. Esto conduce a pensar que sería posible sustituir algunas de las barras que conforman los cordones inferiores por cables. También resulta que las barras menos solicitadas de entre las que conforman los anillos no se encuentran en la parte superior, si no hacia la mitad de la altura de la cúpula.

Existen por lo tanto notables diferencias entre las tensiones de las barras y hay que señalar que la utilización de

una única sección para las barras de toda la cúpula provoca necesariamente desaprovechamientos en las partes que se han explicado como menos solicitadas.

Por otro lado las barras situadas en posiciones más bajas son más largas por la propia geometría de la estructura. Esto supone que las diagonales inferiores (siempre comprimidas) están más penalizadas porque son simultáneamente las más solicitadas y las de mayor longitud de pandeo. En cambio los cordones inferiores podrían adelgazarse porque a pesar de ser más largos que los superiores están sometidos a esfuerzos de tracción y no tienen problemas de pandeo. Las diagonales inferiores se convierten así en las piezas de dimensionado crítico: si se desea utilizar un único tipo de barra habrá que considerar que la carga crítica está en esta parte.

Adicionalmente se verifica que no existen tensiones de flexión o cortante significativas.



Dimensionado y ajuste.

Se crean 9 grupos de barras a dimensionar con la misma sección (un grupo para cada cúpula, así todas las barras de una cúpula tienen la misma sección). Se realiza un dimensionado automático optimizado para peso una vez conocidos los esfuerzos en las barras y se asigna a cada grupo el perfil de la serie más adecuado. Para realizar la optimización se han utilizado perfiles tubulares de sección circular.

El dimensionado automático es una función que genera resultados dispares en las secciones utilizadas, pero este problema se corrige con la creación de grupos. Como ya se ha dicho, la asignación de un único perfil para todas las barras de una misma cúpula

supone un desaprovechamiento importante del material debido a la diferencia de esfuerzos en las distintas partes (tal y como se muestra en el gráfico de la izquierda), no obstante, para simplificar el dimensionado de las cúpulas y evitar el problema del dimensionado independiente de cada barra se utilizará un único perfil por cúpula.

Se realiza de manera adicional la comprobación de las barras tras el optimizado para los estados límites últimos según la norma de acero, comprobando también la esbeltez de pandeo y asegurándose que el dimensionado cumple. Por otro lado, se revisa que los desplazamientos globales no superen los límites de flecha establecidos por los estados límite de servicio.

Resultados Mensajes

Barra	Perfil	Material	Lay	Laz	Solicit.	Caso
740	TRON 219x4.5	ACERO	98.86	98.86	0.72	1 LC[0]
741	TRON 219x4.5	ACERO	92.86	92.86	0.48	1 LC[0]
742	TRON 219x4.5	ACERO	85.90	85.90	0.28	1 LC[0]
743	TRON 219x4.5	ACERO	78.93	78.93	0.17	1 LC[0]
744	TRON 219x4.5	ACERO	73.16	73.16	0.08	1 LC[0]
745	TRON 219x4.5	ACERO	98.86	98.86	0.72	1 LC[0]
746	TRON 219x4.5	ACERO	92.86	92.86	0.48	1 LC[0]
747	TRON 219x4.5	ACERO	85.90	85.90	0.28	1 LC[0]
748	TRON 219x4.5	ACERO	78.93	78.93	0.17	1 LC[0]
749	TRON 219x4.5	ACERO	73.16	73.16	0.08	1 LC[0]
750	TRON 219x4.5	ACERO	146.61	146.61	0.00	1 LC[0]
751	TRON 219x4.5	ACERO	146.61	146.61	0.00	1 LC[0]
752	TRON 219x4.5	ACERO	146.61	146.61	0.00	1 LC[0]
753	TRON 219x4.5	ACERO	146.61	146.61	0.00	1 LC[0]

Nota de cálc. Cerrar Ayuda

Solicitud: **Análisis** Mapa

Puntos de cálculo: división: n = 3
extremos: ninguno
adicionales: ninguno

Barra: 746
Punto / Coordenada: 3 / x = 1.00 L = 7.05 m
Caso de carga: 1 LC[0]

Perfil correcto

OK

Resultados simplificados Resultados detallados

FUERZAS

N _{Ed} = 190.88 kN	M _{y,Ed} = 1.79 kN*m	M _{z,Ed} = 0.56 kN*m	V _{y,Ed} = -0.08 kN
N _{c,Rd} = 679.00 kN	M _{y,pl,Rd} = 46.39 kN*m	M _{z,pl,Rd} = 46.39 kN*m	V _{y,pl,T,Rd} = 248.71 kN
N _{b,Rd} = 457.28 kN	M _{y,c,Rd} = 46.39 kN*m	M _{z,c,Rd} = 46.39 kN*m	V _{z,Ed} = 0.56 kN
			V _{z,pl,T,Rd} = 248.71 kN
			T _{t,Ed} = -0.28 kN*m
			CLASE DE LA SECCIÓN = 1

PANDEO EN Y

L _y = 7.05 m	X _y = 0.67
L _{k,y} = 7.05 m	C _{m,y} = 0.95
L _{am,y} = 92.86	a _y = 0.60
L _{am_y} = 0.99	k _y = 1.33

PANDEO EN Z

L _z = 7.05 m	X _z = 0.67
L _{k,z} = 7.05 m	C _{m,z} = 0.95
L _{am,z} = 92.86	a _z = 0.60
L _{am_z} = 0.99	k _z = 1.58

CONTROL DE LA SECCIÓN

$N_{Ed}/N_{c,Rd} + M_{y,Ed}/M_{y,c,Rd} + M_{z,Ed}/M_{z,c,Rd} = 0.33 < 1.00$ (6.2.8.(1))

$\tau_{Ed}/(\tau_{yd}/\sqrt{3}) = 0.01 < 1.00$ (6.2.8.(4))

CONTROL DE LA ESTABILIDAD DE LA BARRA

L_{am,y} = 92.86 < L_{am,max} = 210.00 L_{am,z} = 92.86 < L_{am,max} = 210.00 ESTABLE

$N_{Ed}/(X_y \cdot A_x \cdot f_{yd,1}) + k_y \cdot C_{m,y} \cdot M_{y,Ed}/(X_{LT} \cdot W_{y,Ed} \cdot f_{yd,1}) + a_z \cdot k_z \cdot C_{m,z} \cdot M_{z,Ed}/(W_{z,Ed} \cdot f_{yd,1}) = 0.48 < 1.00$ (6.3.4.2.(1))

Fuerzas

Nota de cálc.

Ayuda

Fig 20. Cálculo. Ejemplo de comprobaciones realizadas para una barra.

3.4 COMPARATIVA

Comparativa por peso.

Es posible el análisis comparativo de las cúpulas ya calculadas y dimensionadas en muchos términos. A efectos de este trabajo se realizará una comparación de pesos, considerando como más óptima en material la estructura que requiera menos kg de acero.

Para realizar la comparación de manera sencilla y automatizada se exportan los datos de salida de las mediciones de los

distintos archivos de cálculo a una única hoja de *Excel* que permita ordenar por pesos los resultados. Se mantiene un orden que permite la identificación de la cúpula por sus tres parámetros. El peralte se marca por colores y el número de nudos y anillos por el nombre (A6=6 anillos; N12=12 nudos por anillo, etc.)

Al ordenar los pesos totales de las mediciones de menor a mayor se puede comenzar a observar la influencia de la geometría y de los parámetros en cada cúpula respecto al peso final.

Cúpula	Perfil usado	Número de barras	Longitud (m)	Peso por unidad (kg/m)	Peso total (kg)	Cúpula	Perfil usado	Peso total (kg)
PERALTE 1/3						A5/N14	TRON 219x4.5	28650,64
A5/N12	TRON 219x5.6	156	1130,76	29,49	33340,8	A5/N12	TRON 219x4.5	30104,82
A5/N14	TRON 219x4.5	182	1203,02	23,82	28650,64	A5/N16	TRON 219x4.5	30426,81
A5/N16	TRON 219x4.5	208	1277,6	23,82	30426,81	A5/N14	TRON 219x4.5	32191,55
A6/N12	TRON 219x5.6	184	1239,32	29,49	36541,72	A6/N14	TRON 219x4.5	32328,25
A6/N14	TRON 219x4.5	224	1357,44	23,82	32328,25	A5/N12	TRON 219x5.6	33340,8
A6/N16	TRON 219x4.5	256	1432,16	23,82	34107,75	A6/N16	TRON 219x4.5	34107,75
A7/N12	TRON 273x5	228	1438,68	33,05	47543,19	A5/N16	TRON 219x4.5	34332,57
A7/N14	TRON 219x4.5	266	1509,2	23,82	35942,5	A7/N14	TRON 219x4.5	35942,5
A7/N16	TRON 219x4.5	304	1582,72	23,82	37693,43	A6/N14	TRON 219x4.5	36199,24
PERALTE 2/3						A6/N12	TRON 219x5.6	36541,72
A5/N12	TRON 219x4.5	156	1264,08	23,82	30104,82	A7/N16	TRON 219x4.5	37693,43
A5/N14	TRON 219x4.5	182	1351,7	23,82	32191,55	A6/N16	TRON 219x4.5	38348,83
A5/N16	TRON 219x4.5	208	1441,6	23,82	34332,57	A5/N16	TRON 219x4.5	40063,55
A6/N12	TRON 219x5.6	184	1379,05	29,49	40661,7	A7/N14	TRON 219x4.5	40123,57
A6/N14	TRON 219x4.5	224	1519,98	23,82	36199,24	A6/N12	TRON 219x5.6	40661,7
A6/N16	TRON 219x4.5	256	1610,24	23,82	38348,83	A6/N14	TRON 219x4.5	41864,01
A7/N12	TRON 219x5.6	228	1598,4	29,49	47129,3	A7/N16	TRON 219x4.5	42258,4
A7/N14	TRON 219x4.5	266	1684,76	23,82	40123,57	A6/N16	TRON 219x4.5	44578,99
A7/N16	TRON 219x4.5	304	1774,4	23,82	42258,4	A5/N14	TRON 219x5.6	46270,1
PERALTE 3/3						A7/N12	TRON 219x5.6	47129,3
A5/N12	TRON 219x6.3	156	1459,08	33,07	48257,75	A7/N12	TRON 273x5	47543,19
A5/N14	TRON 219x5.6	182	1569,26	29,49	46270,1	A5/N12	TRON 219x6.3	48257,75
A5/N16	TRON 219x4.5	208	1682,24	23,82	40063,55	A7/N16	TRON 219x4.5	48953,44
A6/N12	TRON 219x6.3	192	1647,36	33,07	54484,95	A6/N12	TRON 219x6.3	54484,95
A6/N14	TRON 219x4.5	224	1757,84	23,82	41864,01	A7/N14	TRON 219x5.6	57254,56
A6/N16	TRON 219x4.5	256	1871,84	23,82	44578,99	A7/N12	TRON 273x5	60587,95
A7/N12	TRON 273x5	228	1832,76	33,06	60587,95			
A7/N14	TRON 219x5.6	266	1941,8	29,49	57254,56			
A7/N16	TRON 219x4.5	304	2055,52	23,82	48953,44			

Fig 21. Comparativa. Tablas de mediciones y ordenación por peso de las cúpulas.

Comparativa de deformación.

Otro aspecto importante del análisis es la deformación de la estructura: no necesariamente las más ligeras son también las que tienen mejor comportamiento. Tampoco es un aspecto directamente relacionado con el aprovechamiento de las barras (aunque sobre esto ya se ha señalado que no tiene sentido su inclusión en la comparativa por el

desaprovechamiento que produce asignar un único tipo de barra por cúpula).

La comparación de deformaciones puede realizarse de manera gráfica obteniendo los diagramas de deformación a una misma escala para todas las cúpulas, pero sobre todo debe comprobarse que los desplazamientos máximos no superan los

límites admisibles que permiten suponer que el cálculo lineal de primer orden es válido para el dimensionado.

Seguidamente se muestran, además de las deformadas (que ayudan a comprender el comportamiento de la cúpula bajo carga), el mayor desplazamiento alcanzado por

un nudo para todas las cúpulas analizadas con mismo peralte. Si consideramos como admisible una flecha total de $1/250$ para cubiertas ligeras y teniendo en cuenta que la luz de la cúpula es de 50m, se comprueba que el descenso máximo de cualquier nudo de la estructura está muy por debajo de los 20 cms.

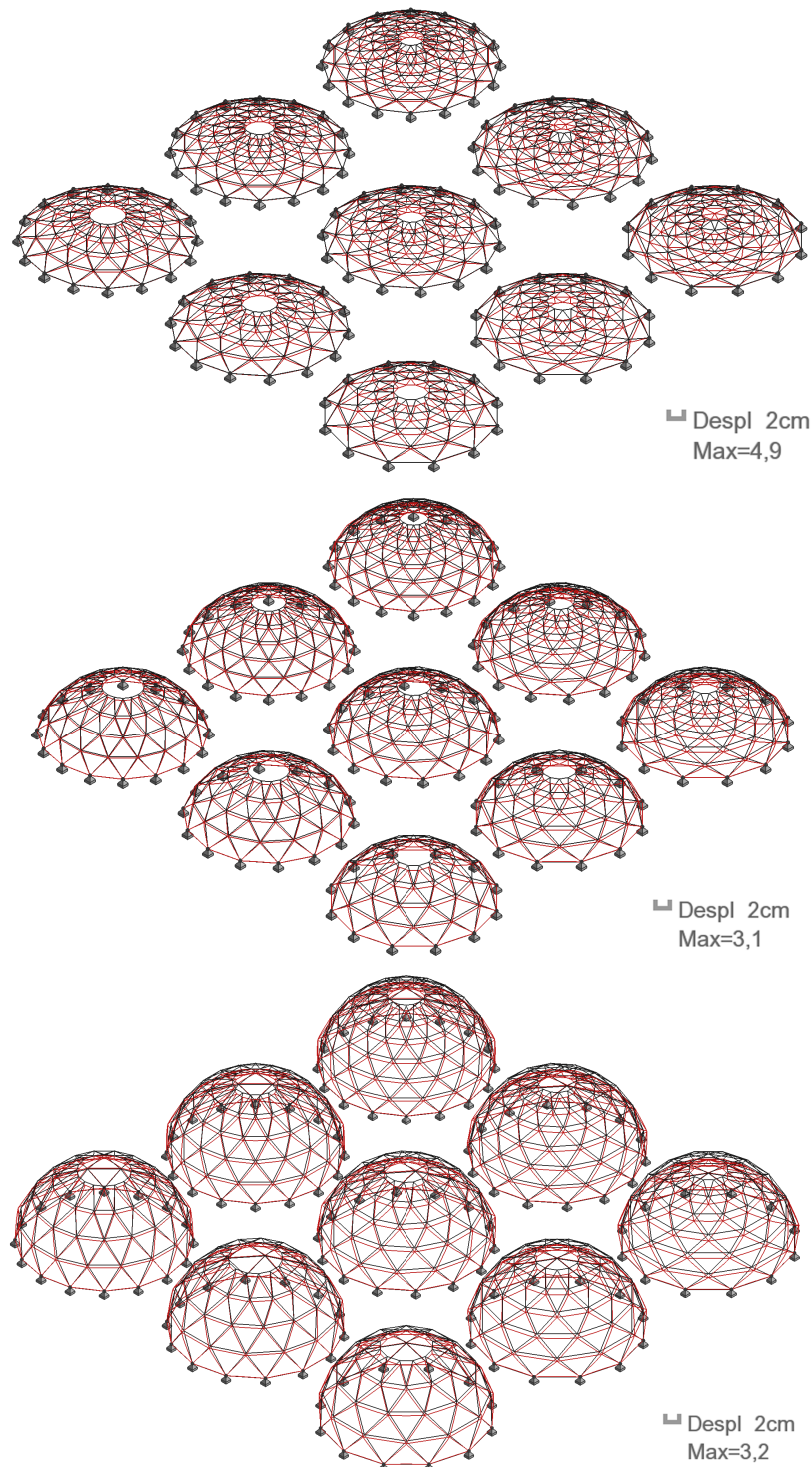
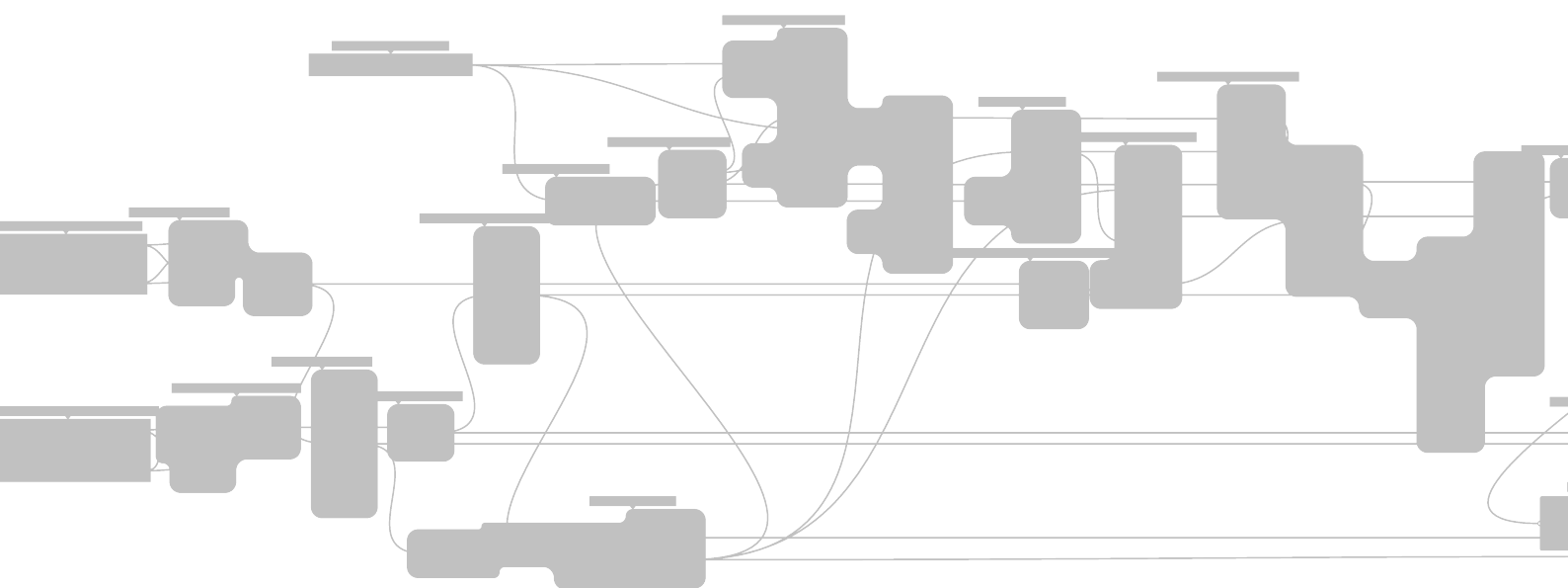


Fig 22. Comparativa. Influencia del peralte en la deformación.



4 CONCLUSIONES

Sobre el sistema estructural de la cúpula de haces en general.

·A pesar de la baja carga introducida, las cúpulas de haces demuestran una gran resistencia estructural con bajas deformaciones y elementos de barras muy esbeltos. Su geometría curva y su triangulación confieren gran rigidez a la estructura y a pesar de ser un sistema de malla única no presenta flexiones importantes. En general la multitud de apoyos y el reparto uniforme de la carga en toda la estructura le confiere una gran estabilidad global, esto no significa que bajo un exceso de carga inadmisibile pueda llegar a invertirse la curvatura en la zona superior de la cúpula.

·Aunque no se hayan valorado todas las cargas posibles, el hecho de que las flechas obtenidas (en torno a $L/1020$ para la más penalizada) hace pensar que la estructura tendría igualmente un buen comportamiento para la hipótesis de carga completa y sería capaz de cumplir con los desplazamientos exigidos por la normativa

·Los esfuerzos a los que está sometida la estructura se incrementan hacia la parte inferior, unido a una geometría en la que las barras se hacen más largas a medida que se acercan a los apoyos y a la existencia de elementos en compresión (diagonales), aparecen en estos puntos las cargas críticas. De realizarse un dimensionado con un único tipo de barra, las diagonales de la fila más baja presentarán los esfuerzos determinantes.

·Los anillos se encuentran en compresión en la parte superior y en tracción en la parte inferior, habiendo un anillo en posición intermedia que apenas está solicitado. De desearse un mayor ajuste en las secciones sería posible ir adelgazando las barras horizontales a medida que éstas estén en posiciones más bajas, ya que van perdiendo tensión de compresión y las tensiones de tracción no requieren de demasiada área al no ser determinante el pandeo.

Sobre la influencia del peralte en la resistencia y peso del sistema.

·La variación en el peralte supone el factor más significativo al ordenar por peso las estructuras ya optimizadas. Las cúpulas semiesféricas calculadas ($\text{radio/peralte}=1$) son las menos eficientes (en kg de acero) entre las analizadas. [1] Para las cúpulas de barras el ideal geométrico de la media esfera, tan recurrente en la historia de la arquitectura, resulta no ser tan ideal en su funcionamiento estructural. Además hay que considerar que en el cálculo realizado en este estudio no se han introducido los esfuerzos generados por el viento, que de haber sido incluidos perjudicarían seguramente aun más las cúpulas fuertemente peraltadas.

·A pesar de que las cúpulas más altas (para un mismo diámetro) son las más pesadas (posiblemente por el incremento de superficie que acarrearán), es cierto que tienen un mejor comportamiento en deformación

[1] El estudio realizado por Çarbas y Saka (Departamento de Ciencias de la Ingeniería de la Universidad Técnica del Medio Este de Ankara, Turquía), en el que se analizan cúpulas de barras mediante algoritmos de optimización armónicos, concluye respecto a este tema que el peralte óptimo para una cúpula de haces de 20m ronda los 5,75m (una relación de peralte/radio muy próxima a 1/3). El resultado concuerda con lo expuesto por este trabajo, a pesar de que las condiciones de escala y carga de la cúpula no se corresponden con las fijadas previamente por este estudio.

·Çarbas, Serdar y Saka, Mehmet P. *Optimum topology design of various geometrically nonlinear latticed domes using improved harmony search method*. (Ankara: Springer-Verlag, 2011), 15-17.

que las cúpulas de peralte bajo, dificultándose por su geometría la inversión de curvatura bajo exceso de carga.

·En resumen, las cúpulas peraltadas tienden como es lógico a ganar en peso y

las más planas en deformación. Entre las cúpulas de peralte intermedio se hallan algunas de las estructuras más competitivas en ligereza (2º y 4º puesto entre las 27 analizadas) y demuestran tener una relación peso/deformación mucho más aceptable.

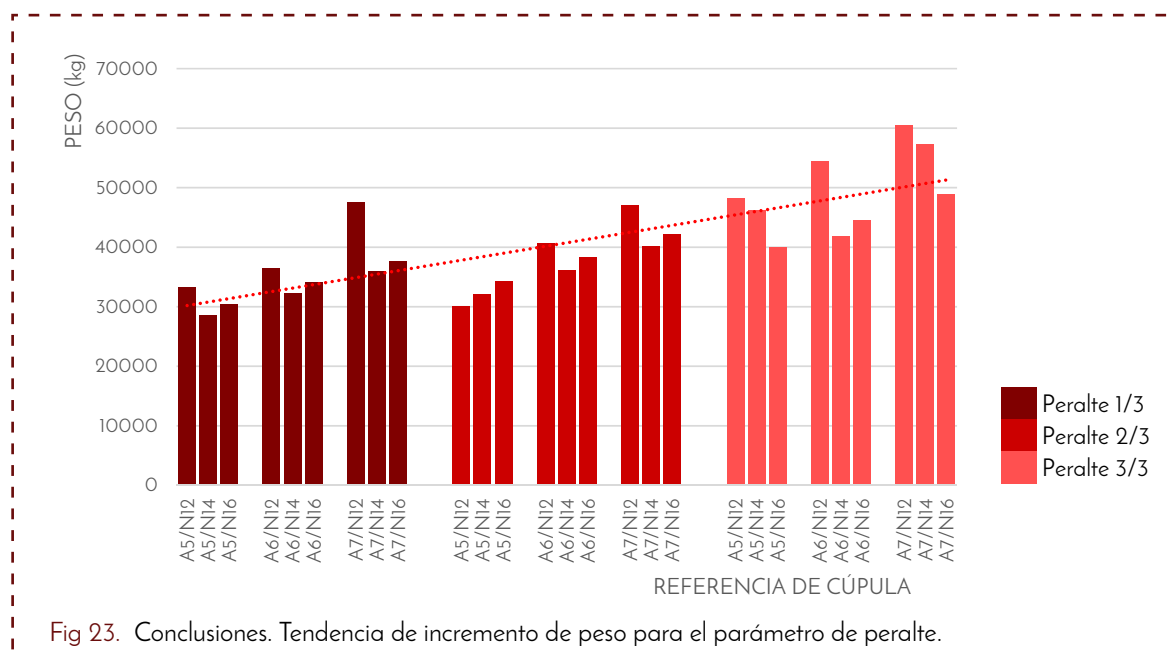


Fig 23. Conclusiones. Tendencia de incremento de peso para el parámetro de peralte.

Sobre la influencia del número de nudos en la resistencia y peso del sistema.

·No se aprecia una importante influencia de esta variable en el peso final de la estructura, aunque es cierto que la gráfica de tendencia apunta a un ligero descenso del peso a medida que se incrementa el número de nudos. [2]

·La reducción del número de nudos en cada anillo conllevaría al uso de barras más largas y por lo tanto de inercias mayores para evitar el pandeo; por otro lado, al aumentar el número de nudos (a pesar de poder adelgazarse las secciones) se generan más barras y en consecuencia más metros lineales. Es posible que las distintas condiciones se

[2] En el estudio realizado por Barbosa (Laboratorio Nacional de Computación Científica de Río de Janeiro, Brasil), Coutinho (Universidad Federal de Río de Janeiro, Brasil), Fonseca (Universidad Federal del Espírito Santo de Río de Janeiro, Brasil) y Lemonge (Universidad Federal de Juiz de Fora, Minas Gerais, Brasil) se analiza una cúpula de barras de tipología similar mediante algoritmos de optimización genéticos.

Se concluye en este estudio, entre otras cuestiones, que el número óptimo de nudos para las cúpulas es de 8, detectándose grandes aligeramientos respecto a cúpulas de 12 nudos. Según el estudio esto se debe al descenso del número de elementos presentes en las cúpulas al disminuir el número de nudos.

Es posible que para cúpulas de barras en las que el número de elementos sea notoriamente inferior al de las cúpulas estudiadas aquí, el parámetro número de nudos se convierta en un factor decisivo de aligeramiento. Aunque por otro lado las condiciones de carga, escala y tipología no se corresponden exactamente con los de este documento, por lo que las conclusiones tampoco son del todo extrapolables.

·Barbosa, Helio J.C.; Coutinho, Alvaro L.G.A.; Fonseca, Leonardo G. da y Lemonge, Afonso C.C. "A genetic algorithm for topology optimization of dome structures". (Ensayo presentado en 2nd International Conference on Engineering Optimization, Lisboa, 6-9 de septiembre de 2010), 10-13.

equilibren y no acaben de formar un factor decisivo en el peso de la estructura.

·De modo general, y a falta de un estudio con un rango más amplio para ver si la influencia de este parámetro es determinante o no llegados a ciertos valores, son aconsejables los diseños con el número de nudos más reducido posible dentro de lo razonable, ya que desemboca en menos apoyos y, si la concentración de carga no es determinante, dará más libertad a la hora de proyectar. Por otro lado el nudo siempre es el elemento más caro de este tipo de estructuras y su reducción conduce al ahorro.

·Hay que controlar que el número de nudos no sea tan bajo como para conducir a la aparición de barras de excesiva longitud que desemboquen en estructuras poco esbeltas o de estética pesada. También será determinante la longitud de la barra que se puede transportar hasta obra cómodamente o manejar durante el montaje a la hora de considerar este parámetro en el diseño.

·Habrá que tener en cuenta además, que el exceso de longitud en las barras puede llevar a fallos de pandeo global de la estructura que no han sido estudiados aquí.

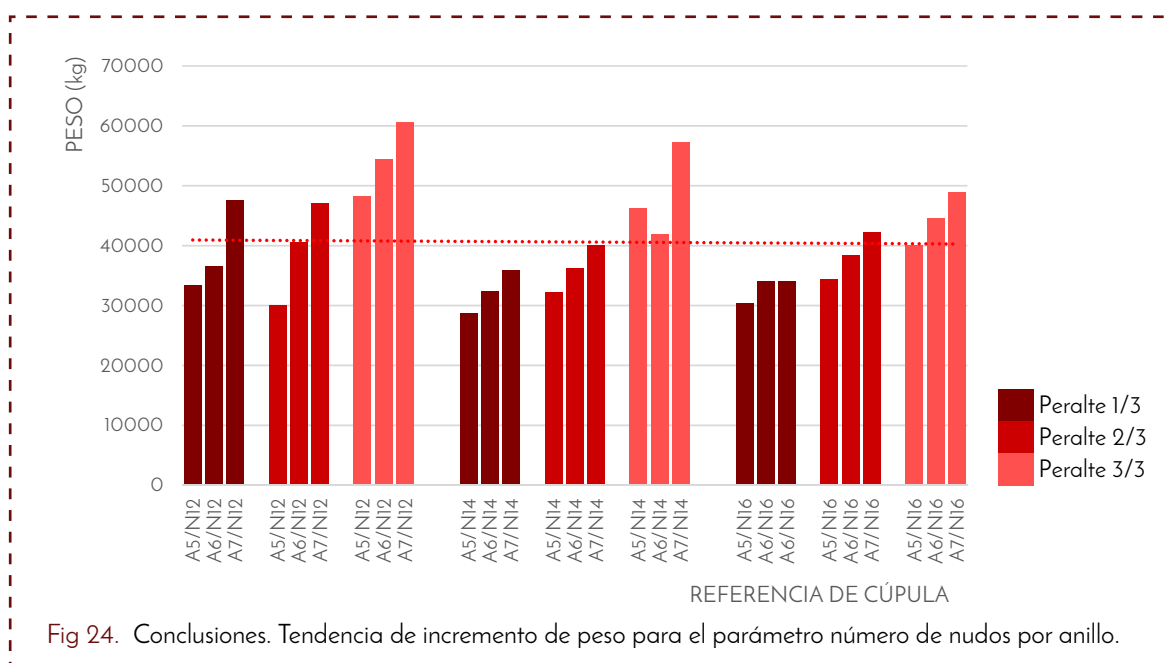


Fig 24. Conclusiones. Tendencia de incremento de peso para el parámetro número de nudos por anillo.

Sobre la influencia del número de anillos en la resistencia y peso del sistema.

El número de anillos supone el siguiente parámetro más decisivo en el peso de las cúpulas por detrás del peralte. Se aprecia una clara tendencia al aligeramiento de las cúpulas a medida que disminuye el número de anillos. [3]

Hay que tener en cuenta, como en el caso del número de nudos, otro tipo de factores ya mencionados en el proceso de reducción de anillos. Si se reducen los ecuadores las barras serán más largas y menos esbeltas, la forma de la cúpula queda menos clara y más geométrica, etc.

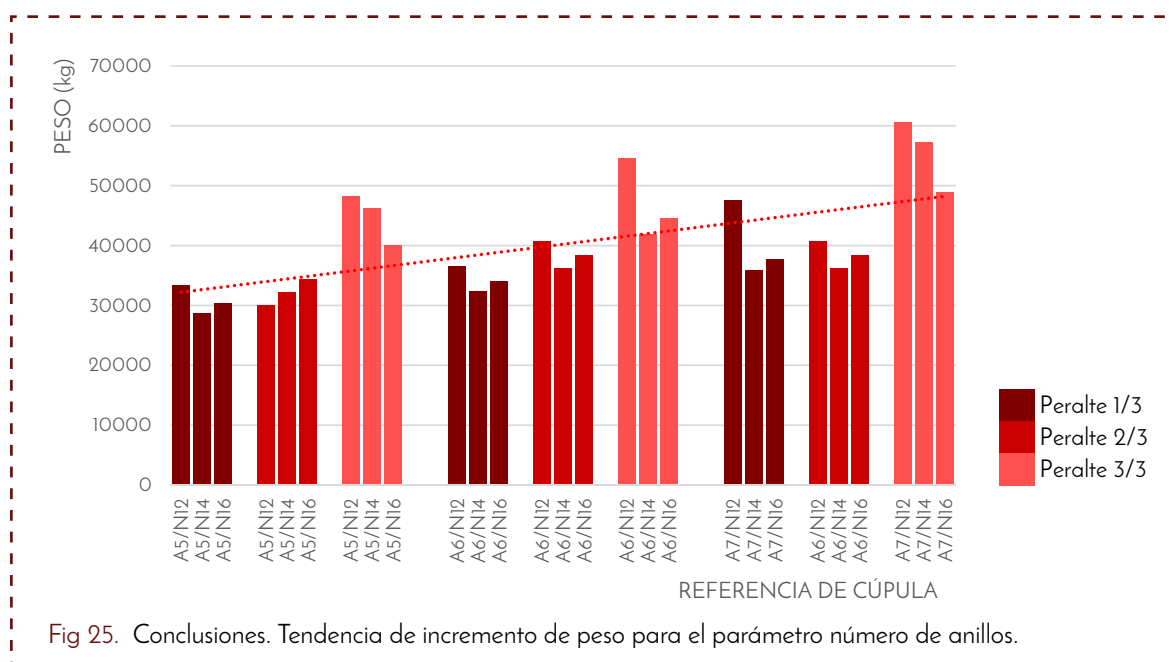


Fig 25. Conclusiones. Tendencia de incremento de peso para el parámetro número de anillos.

[3] Los resultados obtenidos en este estudio concuerdan con el artículo de Kaveh (Centro de Excelencia para Estudios Fundamentales de Ingeniería Estructural de la Universidad de Ciencia y Tecnología de Tehran, Irán) y Talatahari (Departamento de Ingeniería Civil en la Universidad de Tabriz, Irán) en International Journal of Space Structures.

Tras un estudio de varios tipos de cúpulas de barras mediante algoritmos de optimización metaheurísticos concluyen que "Cuando el número de anillos aumenta, el peso de todos los tipos de cúpulas aumenta considerablemente, y para obtener el peso óptimo de la cúpula, el número de anillos seleccionado debería ser tan pequeño como sea posible. En los casos estudiados anteriormente, el número óptimo de anillos obtenidos por los algoritmos es igual a 3". (Traducción del autor del artículo original).

Por otro lado, el estudio realizado por Çarbas y Saka (Departamento de Ciencias de la Ingeniería de la Universidad Técnica del Medio Este de Ankara, Turquía), en el que se analizan cúpulas de barras mediante algoritmos de optimización armónicos, concluye también que el número óptimo de anillos para cúpulas de haces es de 3.

Çarbas, Serdar y Saka, Mehmet P. *Optimum topology design of various geometrically nonlinear latticed domes using improved harmony search method*. (Ankara: Springer-Verlag, 2011), 15-17, 22.

Kaveh, A. y Talatahari, S. "Optimal design of single layer domes using meta-heuristic algorithms, a comparative study". *International Journal of Space Structures* Vol. 25 No. 4 (2010): 225.

Sobre la influencia simultánea de los tres parámetros.

·Las cúpulas de menor peso son las de peralte 1/3 seguidas muy de cerca por las de peralte 2/3. Las cúpulas semiesféricas demuestran incrementar considerablemente el peso final.

·Teniendo en cuenta el rendimiento frente a deformación y el peso de la estructura, son más aconsejables las cúpulas con peralte hacia los 2/3 y número de anillos bajo.

·De entre las cúpulas calculadas para cubrir una misma superficie, la más óptima en peso ha resultado ser la de peralte 1/3 con 5 anillos y 14 nudos por anillo. Sin embargo, con un poco más de peso es posible ganar mucha más estabilidad frente a deformación con una cúpula de peralte 2/3.

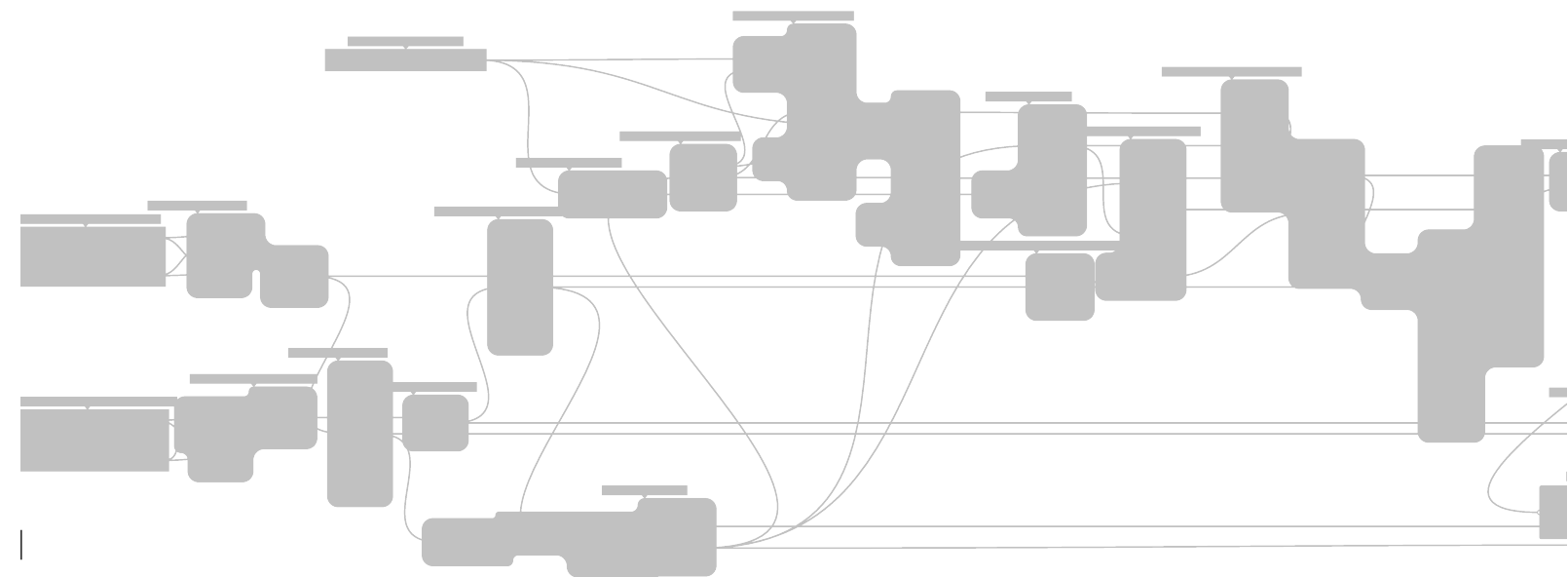
·Entre las 27 cúpulas calculadas se han llegado a detectar diferencias de peso mayores del 50%. Esto recalca la importancia del diseño y las notables repercusiones que puede tener sobre un proyecto la variación de pequeños parámetros una vez elegido el sistema estructural.

·No existen diferencias importantes en las secciones utilizadas entre las cúpulas. Los diámetros de los perfiles utilizados varían entre 219 y 273mm. Parece tener más importancia el ahorro geométrico en superficie o en metros lineales de estructura que en la sección en sí.

Sobre las ventajas de la automatización y dibujo paramétrico de la estructura.

·El dibujo paramétrico permite de una manera inmediata la aplicación de variaciones sobre el proyecto y realizar comprobaciones de todo tipo. Es una potente herramienta que permite probar varias configuraciones a la hora de un diseño.

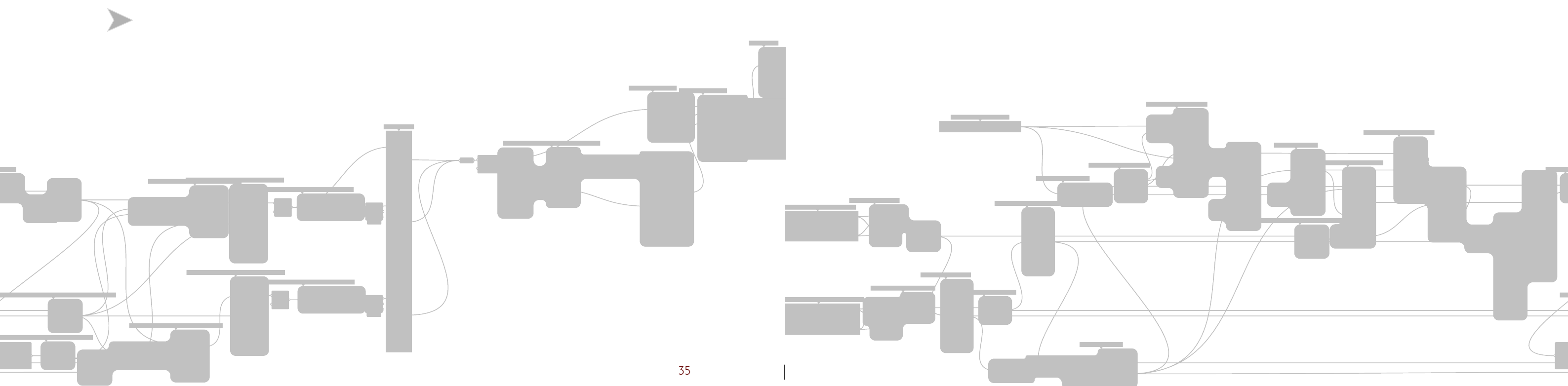
·Como ya se ha señalado varias veces a lo largo del desarrollo del documento, las posibilidades que ofrecen las aplicaciones informáticas en este tipo de estudios son de gran ayuda. El dibujo preciso por programación de los elementos geométricos, la posibilidad de variación de parámetros en tiempo real o el dibujo simultáneo de variantes de una misma estructura, la mediciones, el cálculo de cargas y repartos, el cálculo simultáneo de varias estructuras, el dimensionado automático de estructuras o grupos de barras... permiten realizar comprobaciones en el comportamiento de los sistemas estructurales de una manera mucho más eficiente y que el proyectista tome decisiones más racionales sobre parámetros que no afectan radicalmente en la formalización de un proyecto pero sí en el ahorro y simplificación de la construcción.



5 ANEXO: MAPA COMPLETO DE GRASSHOPPER

Como apoyo al apartado de parametrización del trabajo, se añade en este desplegable el mapa completo correspondiente a la parte de dibujo paramétrico.

La intención es ayudar a comprender las relaciones entre los distintos elementos de la geometría que se programa y que se habían mostrado de manera muy fragmentada en la explicación teórica.



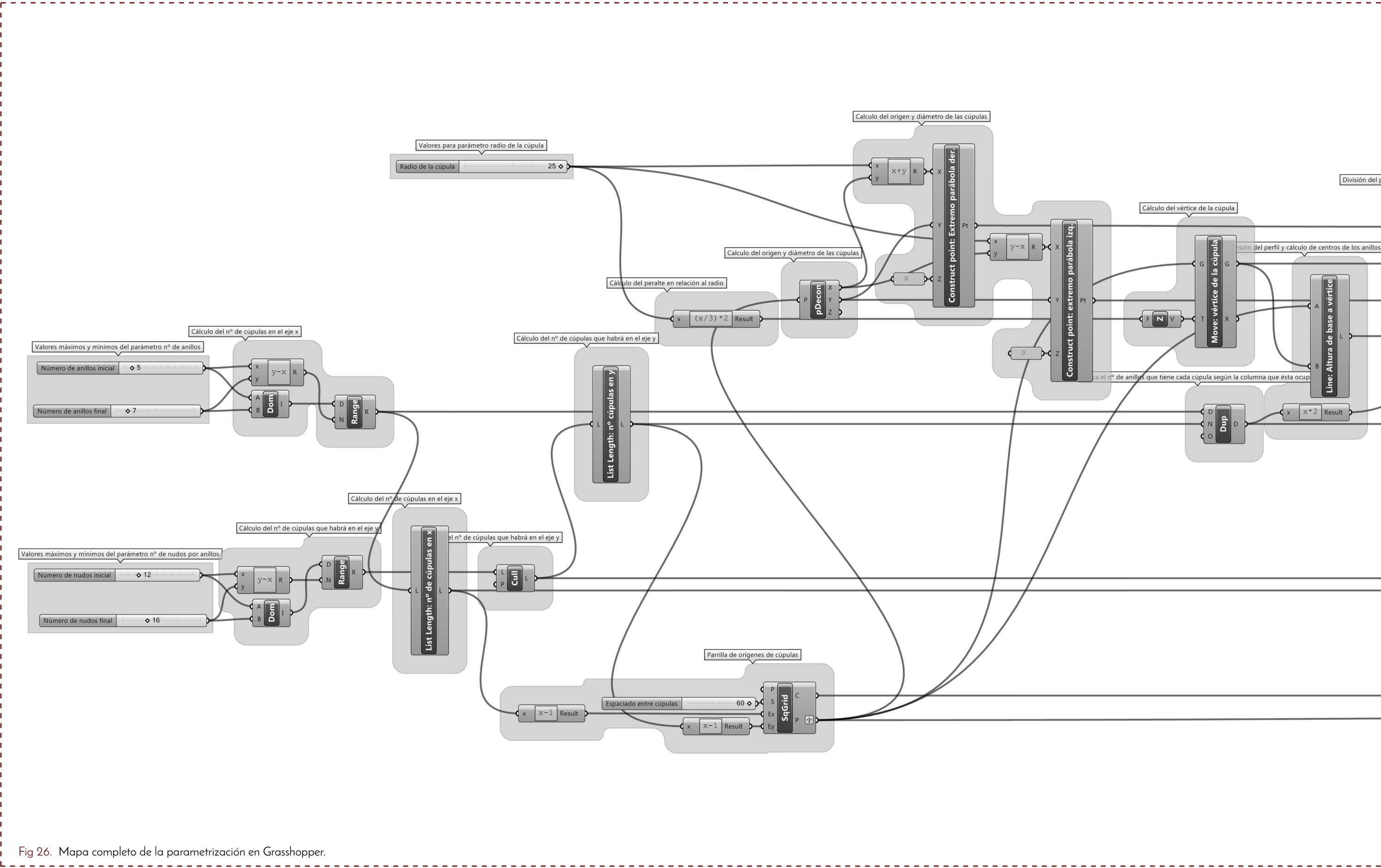
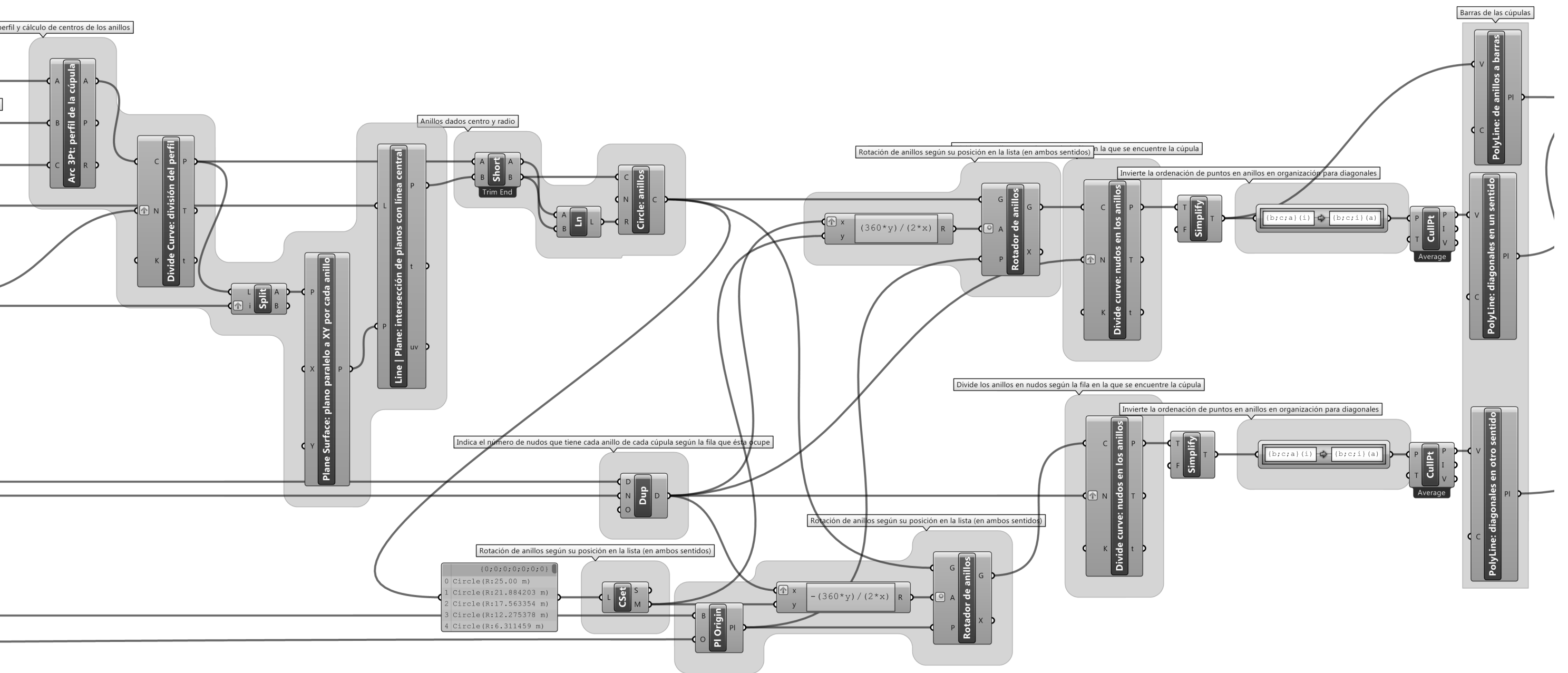


Fig 26. Mapa completo de la parametrización en Grasshopper.



6 BIBLIOGRAFÍA Y RECURSOS WEB

6.1 BIBLIOGRAFÍA

Optimización de cúpulas de barras y repercusión de variables sobre la estructura.

·Barbosa, Helio J.C.; Coutinho, Alvaro L.G.A.; Fonseca, Leonardo G. da; y Lemonge, Afonso C.C. "A genetic algorithm for topology optimization of dome structures". Ensayo presentado en 2nd International Conference on Engineering Optimization, Lisboa, 6-9 de septiembre de 2010.

·Çarbas, Serdar y Saka, Mehmet P. *Optimum topology design of various geometrically nonlinear latticed domes using improved harmony search method*. Ankara: Springer-Verlag, 2011.

·Kaveh, A. y Talatahari, S. "Optimal design of single layer domes using meta-heuristic algorithms, a comparative study". *International Journal of Space Structures* Vol. 25 No. 4 (2010).

Normativa y consideraciones al cálculo.

·Código técnico de la edificación. Documento básico de seguridad estructural. Ministerio de fomento, 2009.

·Código técnico de la edificación. Documento básico de seguridad estructural. Acciones en la edificación. Ministerio de fomento, 2009.

·Código técnico de la edificación. Documento básico de seguridad estructural. Acero. Ministerio de fomento, texto modificado de 2007 y corrección de errores de 2008.

Clasificación estructural para modelización y composición geométrica para dibujo paramétrico.

·Engel, Heino, *Sistemas de estructuras*. Barcelona: Gustavo Gili, 2001.

6.2 RECURSOS WEB

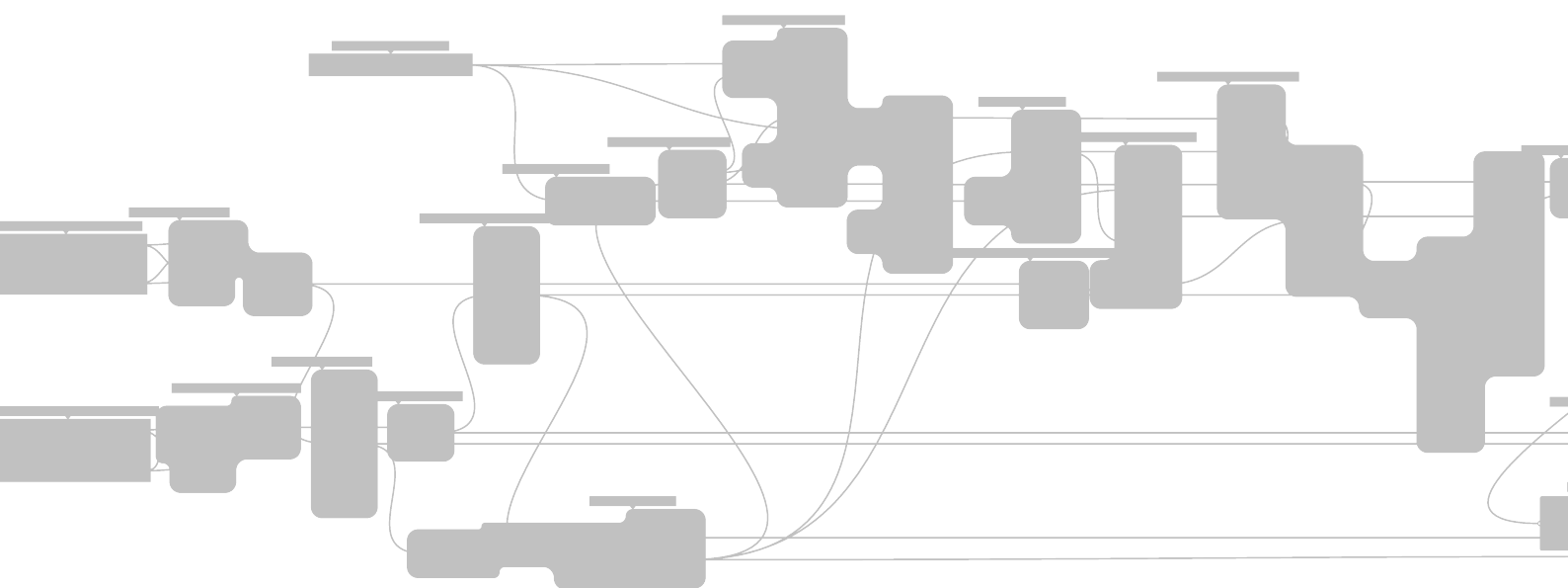
·McNeel. "Grasshopper discussion forum". <http://www.grasshopper3d.com/forum>. (Varios temas consultados sobre parametrización y funcionamiento del programa o de sus componentes).

·John Mirtschin. "GeometryGym. OpenBIM tools for architects, engineers and the construction industry". Última modificación: 13 de noviembre de 2014. <https://geometrygym.wordpress.com>.

(Descarga y funcionamiento de varios plugins descritos a lo largo del trabajo).

·Karamba3D. "Karamba. Parametric engineering". Último acceso: octubre de 2015. <http://www.karamba3d.com>. (Descarga y funcionamiento del plug-in).





7 RELACIÓN DE IMÁGENES

·**Fig 1.** Parametrización. Generación de variables y rangos para determinar el número de anillos. Octubre de 2015. Imagen propia generada con Grasshopper. Pág. 8.

·**Fig 2.** Parametrización. Generación de variables y rangos para determinar el número de nudos por anillo. Octubre de 2015. Imagen propia generada con Grasshopper. Pág. 8.

·**Fig 3.** Parametrización. Cálculo del número de elementos en las listas para ambos parámetros. Octubre de 2015. Imagen propia generada con Grasshopper. Pág. 8.

·**Fig 4.** Parametrización. Creación de rejilla base a partir de rangos y longitudes de lista. Octubre de 2015. Imagen propia generada con Grasshopper. Pág. 9.

·**Fig 5.** Parametrización. Creación de diámetro y parametrización del radio. Octubre de 2015. Imagen propia generada con Grasshopper. Pág. 10.

·**Fig 6.** Parametrización. Expresión del peralte en función del radio y creación de vértices de las cúpulas. Octubre de 2015. Imagen propia generada con Grasshopper. Pág. 10.

·**Fig 7.** Parametrización. Perfil de la cúpula y línea de máxima altura. Octubre de 2015. Imagen propia generada con Grasshopper. Pág. 11.

·**Fig 8.** Parametrización. Planos por división de arco e intersecciones con recta central para hallar centros. Octubre de 2015. Imagen propia generada con Grasshopper. Pág. 12.

·**Fig 9.** Parametrización. Cálculo de radios y dibujo de anillos. Octubre de 2015.

Imagen propia generada con Grasshopper. Pág. 13.

·**Fig 10.** Parametrización. Rotación de anillos. Octubre de 2015. Imagen propia generada con Grasshopper. Pág. 14.

·**Fig 11.** Parametrización. Generación de nudos en los anillos por división. Octubre de 2015. Imagen propia generada con Grasshopper. Pág. 15.

·**Fig 12.** Parametrización. Numeración de nudos para anillos (izquierda) y diagonales (derecha). Octubre de 2015. Imagen propia generada con Grasshopper. Pág. 17.

·**Fig 13.** Parametrización. Ordenación de nudos y generación de barras por fases. Octubre de 2015. Imagen propia generada con Grasshopper. Pág. 17.

·**Fig 14.** Modelización. Cálculo de áreas y reparto de cargas. Octubre de 2015. Imagen propia generada con Grasshopper. Pág. 19.

·**Fig 15.** Modelización. Visualización del modelo con las cargas y exportación a IFC. Octubre de 2015. Imagen propia generada con Grasshopper. Pág. 20.

·**Fig 16.** Modelización. Modelo de elementos, cargas y apoyos para tabla de cúpulas con peralte 1/3. Octubre de 2015. Imagen propia generada con Robot. Pág. 22.

·**Fig 17.** Modelización. Cargas tipo (en kN) para nudos de una de las cúpulas. Octubre de 2015. Imagen propia generada con Robot. Pág. 22.

·**Fig 18.** Cálculo. Diagramas axiles de las cúpulas. Octubre de 2015. Imagen propia generada con Robot. Pág. 24.

Fig 19. Cálculo. Diagrama de aprovechamiento de las barras para las cúpulas con relación peralte/radio=2/3. Octubre de 2015. Imagen propia generada con Robot. Pág. 24.

Fig 20. Cálculo. Ejemplo de comprobaciones realizadas para una barra. Octubre de 2015. Imagen propia generada con Robot. Pág. 25.

Fig 21. Comparativa. Tablas de mediciones y ordenación por peso de las cúpulas. Octubre de 2015. Imagen propia generada con Excel. Pág. 26.

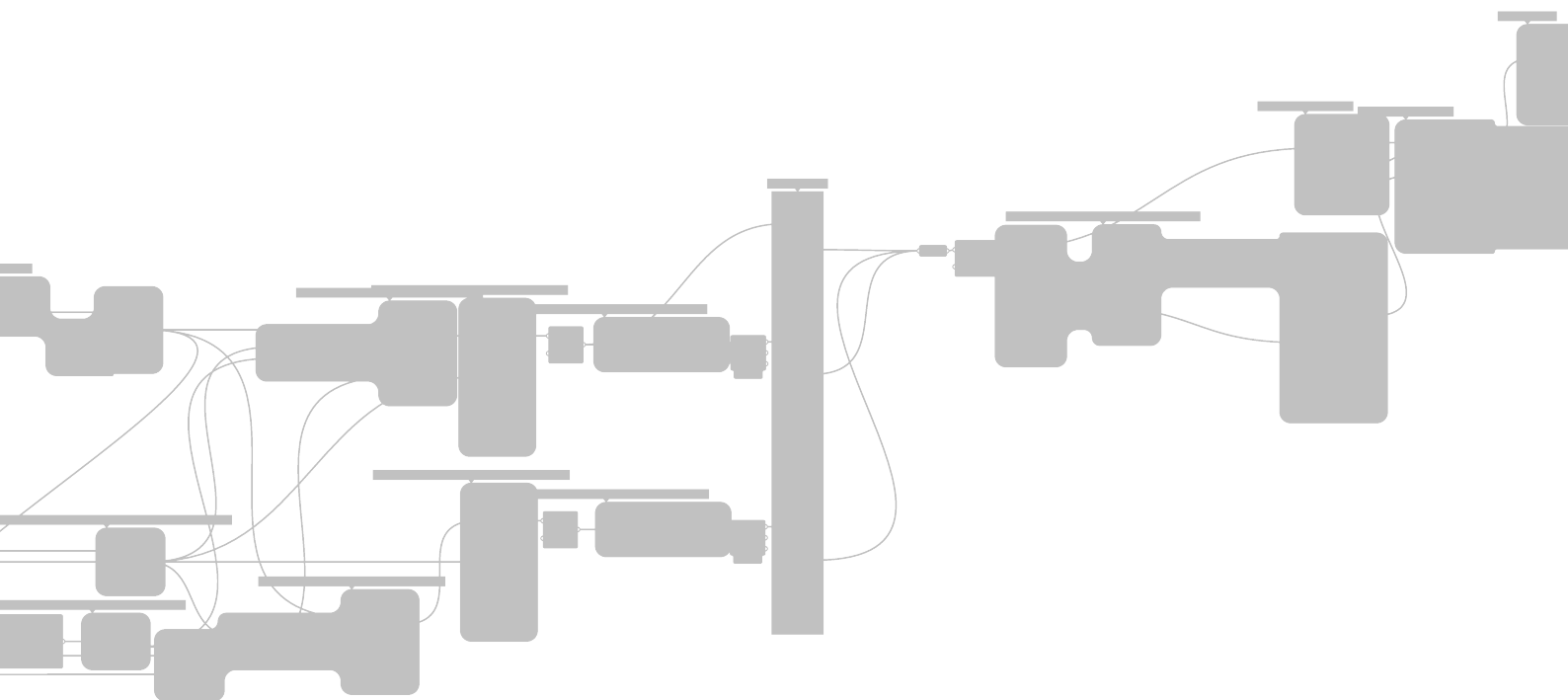
Fig 22. Comparativa. Influencia del peralte en la deformación. Octubre de 2015. Imagen propia generada con Excel. Pág. 27.

Fig 23. Conclusiones. Tendencia de incremento de peso para el parámetro de peralte. Octubre de 2015. Imagen propia generada con Excel. Pág. 30.

Fig 24. Conclusiones. Tendencia de incremento de peso para el parámetro número de nudos por anillo. Octubre de 2015. Imagen propia generada con Excel. Pág. 31.

Fig 25. Conclusiones. Tendencia de incremento de peso para el parámetro número de anillos. Octubre de 2015. Imagen propia generada con Excel. Pág. 31.

Fig 26. Mapa completo de la parametrización en Grasshopper. Octubre de 2015. Imagen propia generada con Grasshopper. Págs. 36-39.



ESTUDIO PARAMÉTRICO DE CÚPULAS DE BARRAS

El estudio supone una doble investigación en el proceso de análisis, cálculo y comparativa de estructuras. Por un lado se analiza la variación de resistencia según ciertas variables geométricas para una misma tipología estructural y por otro cómo sistematizar y automatizar distintos parámetros de un diseño para permitir su generación y cálculo del modo más cómodo posible.

Se generan, modelizan y calculan 27 cúpulas distintas. Las variables de éstas son 3 parámetros: peralte, número de anillos y número de nudos por anillo. Se investiga y compara el peso óptimo de cada una de las cúpulas y cuál es la más adecuada para las mismas condiciones de carga.

El segundo de los propósitos trata de sistematizar las cúpulas para que su dibujo, modelización, reparto de cargas y optimización de secciones se realice de manera automática con aplicaciones informáticas. El interés reside en su posible aplicación para cualquier tipo de estructura.

PARAMETRIZACIÓN | ANÁLISIS | CÁLCULO
COMPARACIÓN | CÚPULAS

